

Document de travail du LEM / Discussion paper LEM
2019-12

(Dé)croissance, rente et partage de la valeur ajoutée

Marc GERMAIN

LEM UMR 9221 / marc.germain@univ-lille.fr

 <http://lem.cnrs.fr/>

Les documents de travail du LEM ont pour but d'assurer une diffusion rapide et informelle des résultats des chercheurs du LEM. Leur contenu, y compris les opinions exprimées, n'engagent que les auteurs. En aucune manière le LEM ni les institutions qui le composent ne sont responsables du contenu des documents de travail du LEM. Les lecteurs intéressés sont invités à contacter directement les auteurs avec leurs critiques et leurs suggestions.

Tous les droits sont réservés. Aucune reproduction, publication ou impression sous le format d'une autre publication, impression ou en version électronique, en entier ou en partie, n'est permise sans l'autorisation écrite préalable des auteurs.

Pour toutes questions sur les droits d'auteur et les droits de copie, veuillez contacter directement les auteurs.

The goal of the LEM Discussion Paper series is to promote a quick and informal dissemination of research in progress of LEM members. Their content, including any opinions expressed, remains the sole responsibility of the authors. Neither LEM nor its partner institutions can be held responsible for the content of these LEM Discussion Papers. Interested readers are requested to contact directly the authors with criticisms and suggestions.

All rights reserved. Any reproduction, publication and reprint in the form of a different publication, whether printed or produced electronically, in whole or in part, is permitted only with the explicit written authorization of the authors.

For all questions related to author rights and copyrights, please contact directly the authors.

(Dé)croissance, rente et partage de la valeur ajoutée

Marc Germain*

Octobre 2018

Abstract

L'article pose la question du partage de la valeur ajoutée entre facteurs de production humains et naturels (respectivement dénommés capital et ressources naturelles) dans le cadre d'une économie décentralisée et fermée, dont la croissance est contrainte par des limites physiques dues (i) à des disponibilités en ressources limitées et (ii) au respect du postulat de soutenabilité forte (qui impose que la productivité des ressources est bornée supérieurement).

L'économie tend vers un état stationnaire caractérisé par des dotations en ressources et en capital respectivement plus faible et plus élevée qu'à l'état initial. L'évolution de l'économie peut être non monotone au sens où le PIB, le capital et l'utilité des ménages ont une trajectoire en trois temps : croissance jusqu'à un maximum, décroissance et phase quasi-stationnaire conduisant vers l'état final. En revanche, le stock de ressource évolue à la baisse pendant toute la trajectoire. Cette baisse se traduit par des coûts d'exploitation de la ressource croissants. Il en découle un changement structurel au sein de l'économie au sens où la part du capital total consacrée à l'exploitation croît de façon continue au détriment de celle consacrée à la production finale.

Tant que l'économie est en croissance, les parts dans la valeur ajoutée (i) de la rente rémunérant les propriétaires de la ressource et (ii) de la rémunération du capital d'exploitation augmentent de concert au détriment de celle du capital consacré à la production finale. En phase de décroissance, la part de la rente décroît et seule la part du capital d'exploitation continue d'augmenter (en lien avec la hausse persistante du prix de la ressource).

Mots clés : partage de la valeur ajoutée, rente, ressource naturelle, soutenabilité forte

JEL: C63, D33, O41, 044, Q20, Q57

*LEM-CNRS (UMR 9221), Université de Lille and IRES, Université de Louvain. L'auteur remercie Jean-François Fagnart et Alphonse Magnus pour leurs commentaires.

1 Introduction

Le but de cet article est d'étudier la question du partage de la valeur ajoutée (VA) dans le cadre d'une économie dont la croissance est contrainte par des disponibilités limitées en ressources naturelles. Il est à la croisée de deux problématiques importantes : (i) celle du partage de la VA, perçue comme un indicateur de la façon dont les fruits de la croissance sont partagés entre facteurs de production et (ii) celle de la possibilité de poursuivre la croissance économique dans un monde (bio-physique) fini.

La prise en compte des ressources naturelles conduit naturellement à intégrer leur rémunération (la rente) dans le partage précité, à côté des revenus du travail et du capital. On renoue ainsi avec une tradition initiée par Ricardo (1817), pour qui la question du partage de la VA était indissociable de celle de la rente des propriétaires fonciers.

Historiquement, la part des ressources naturelles dans la VA a été déclinante et est devenue faible, en particulier dans les pays industrialisés. Au point qu'elle a finalement été négligée par le gros de la littérature ou assimilée aux revenus du capital. Or, à la suite de Ricardo (1817), on aurait pu s'attendre à ce que cette part augmente suite à la demande croissante de ressource induite par le développement industriel. Plusieurs processus sont régulièrement cités pour expliquer ce "paradoxe". Il y a d'abord les découvertes ou mises en exploitation de nouvelles ressources, ainsi que le progrès technique *resource-saving* (Faber et Proops, 1993). Une autre explication est la substitution entre facteurs de production naturels (les ressources) et humains (le travail et capital) (Solow (1974), Stiglitz (1974)). Un quatrième processus réside dans le changement structurel lié au poids grandissant d'activités plus économes en ressource (comme les services ou la recherche) au détriment d'activités intenses en ressource (comme l'industrie) (Lopez et al. (2007), Bretschger and Smulders (2012)). Ces processus sont les mêmes qui ont permis aux pays industrialisés de croître malgré leurs contraintes en ressources.

Cependant, même s'ils sont loin d'être achevés, il n'y a pas unanimité sur le fait que ces processus pourront indéfiniment permettre de contourner les contraintes précitées et garantir la croissance. Dans la tradition de Dasgupta et Heal (1974), Solow (1974) et Stiglitz (1974), nombre de contributions ont répondu par l'affirmative. Que leurs résultats se fondent sur la substitution entre facteurs humains et naturels, le progrès technique ou le changement structurel, ces contributions reposent sur le postulat de *soutenabilité faible*, au sens où la productivité de la ressource n'est pas bornée supérieurement (Fagnart-Germain, 2012).

Or, d'autres contributions (à l'exemple de Anderson (1987) et Baumgartner (2004)) ont montré qu'une technologie caractérisée par une productivité de la ressource non bornée viole les lois de la physique (en particulier les lois de conservation et le second principe de la thermodynamique). Ces lois gouvernant *tous* les processus de production, il en découle que le postulat de soutenabilité faible est physiquement infondé (Krysiak, 2006).

Tenant compte de l'argument du paragraphe précédent, le présent article pose la question du partage de la VA entre facteurs de production humains et naturels (i) dans le cadre d'une économie soumise à des disponibilités en ressources naturelles limitées et (ii) tout en respectant le postulat de *soutenabilité forte*, au sens où la productivité de la ressource est bornée supérieurement.

S'il existe une vaste littérature consacrée au partage de la valeur ajoutée entre travail et capital, la part des rentes rémunérant les ressources naturelles a été (à notre connaissance) le plus souvent ignorée, vu sa faible ampleur évoquée plus haut. Il existe cependant quelques exceptions, notamment Hill (2011), Faber et Proops (1993), Proops (2004) et Fagnart et al. (2016). Au moyen d'un modèle kaldorien, Hill analyse différentes causes possibles de la baisse tendancielle de la part de la rente dans la valeur ajoutée (PRVA) qui a caractérisé l'industrialisation des pays occidentaux. Au contraire de cet auteur qui vise à éclairer le passé, les autres contributions ont pour but d'explorer les interactions entre croissance économique et exploitation des ressources naturelles, avec l'idée que la trajectoire déclinante de la PRVA observée dans le passé pourrait s'inverser dans le futur. Et en effet, quoique appartenant à des écoles différentes, elles montrent que la PRVA croît avec le développement économique dès lors que les contraintes liées à la disponibilité en ressources se resserrent.

Si cet article est similaire aux contributions de Faber et Proops (1993), Proops (2004) et

Fagnart et al. (2016) au niveau de l'intention, il s'en distingue de façon marquante par le fait qu'il étend l'étude du partage de la VA dans le contexte d'une économie en *décroissance* (ces auteurs se limitent en effet à des contextes de croissance et/ou d'état stationnaire). Cette extension est intéressante car la question du partage de la VA est susceptible d'être encore plus sensible dans un contexte de décroissance. Elle permettra par ailleurs de répondre à la question de savoir si l'évolution du partage de la VA est réversible. En d'autres mots, si la part d'un facteur augmente quand l'économie croît, cette part diminue-t-elle quand l'économie décroît ?

Deux autres caractéristiques particulières du modèle, partagées avec Faber and Proops (1993) mais qui demeurent peu répandues dans la littérature, sont les suivantes. La première est de distinguer entre la *rente* et le prix de marché d'une ressource naturelle. Les deux notions renvoient respectivement à (i) la valeur de la ressource *in situ* et (ii) la valeur de la ressource une fois extraite¹. La différence entre les deux provient des coûts d'exploitation, c-à-d de la rémunération des facteurs (travail, capital, consommation intermédiaire) mobilisés pour l'exploitation. La distinction entre rente et prix de la ressource permet de faire la part, au niveau du secteur qui exploite la ressource, entre ce qui va à la rente d'une part et ce qui rémunère les facteurs produits par l'homme d'autre part.

La deuxième caractéristique particulière du modèle est de s'intéresser simultanément au partage de la VA et au changement structurel au cours de l'évolution de l'économie. Le changement structurel dont il est question ici n'est pas induit par des glissements dans la demande finale (en particulier au sein de la consommation des ménages), ni pas des différentiels de gains de productivité entre secteurs, mais par le durcissement de la contrainte de ressource qui oblige l'économie à consacrer toujours plus de facteurs humains (travail et capital) à l'exploitation de la ressource plutôt qu'à la production finale. De ce point de vue, un pont est établi avec certains travaux d'ingénieurs et d'économistes qui prévoient le même genre de déplacement de facteurs humains entre secteurs dans le cadre de la transition énergétique (van den Bergh, 2013).

Pour compléter les liens de cet article avec la littérature, on signalera encore qu'on peut le rapprocher du courant dit de la *Décroissance*. Ce courant (en plein essor comme en témoigne la revue de la littérature de Petridis et al. (2015)) a pour objectif principal de définir des politiques de décroissance *choisie* afin de répondre aux grands défis sociaux et environnementaux. S'il est également concerné par la décroissance, le modèle développé ici ne partage cependant pas cet objectif. Etant celui d'une économie décentralisée sans Etat, les trajectoires qu'il est susceptible d'engendrer relèvent d'une décroissance *subie* (et non choisie), induite par le durcissement de la contrainte de ressource. En ce sens, il se situe plutôt dans la continuité de Meadows et al. (2012), Germain (2012) et d'autres contributions en rapport avec le déclin ou l'effondrement de systèmes économie-environnement. Mais à la différence du présent article, ces dernières contributions ne sont pas concernées par le partage de la VA.

La structure de cet article est la suivante. La section 2 décrit le modèle, à savoir le comportement des ménages et des entreprises des deux secteurs d'activité, le secteur primaire et le secteur final, ainsi que le bouclage macroéconomique. La section 3 décrit quelques résultats analytiques relatifs à l'état stationnaire. La section 4 (qui constitue l'essentiel de la contribution) est consacrée à la description des différentes simulations réalisées avec le modèle. La section 5 revient sur certains résultats obtenus, notamment en lien avec certaines hypothèses utilisées. La conclusion résume les principaux résultats et propose l'une ou l'autre pistes de recherche.

¹Dans le cas du charbon par exemple, la rente et la valeur de marché désignent respectivement la valeur du charbon dans le sol et son prix de vente. Dans le cas de ressources non renouvelables, la rente est aussi désignée par les termes *royalties* ou *redevance*.

La notion de rente définie ici doit être distinguée de celle de rente ricardienne (utilisée notamment par Fagnart et al., 2016) qui désigne les profits des exploitants de la ressource induits par leurs différentiels de rentabilité par rapport à l'exploitant marginal. Une autre contribution où la rente renvoie aux profits du secteur extracteur est Kemp-Benedict (2018).

2 Le modèle

Dans la tradition de l'économie écologique, le modèle distingue entre facteurs de production humains et naturels. Ces facteurs sont respectivement regroupés sous les termes génériques *capital* et *ressource naturelle*. Ces termes doivent être compris dans un sens très large au sens où : (i) le capital regroupe l'ensemble des facteurs produits par l'homme (le capital physique, le capital humain et la force de travail) et (ii) la ressource naturelle regroupe l'ensemble des ressources en matières et en énergies (renouvelables ou non) offertes par l'environnement².

Le fait de considérer des stocks de capital et de ressource agrégés ne permet évidemment pas de modéliser explicitement les substitutions qui se font en leur sein. Mais ces substitutions n'en sont pas moins présentes implicitement, à travers l'évolution de ces stocks. A la façon des modèles de croissance, le capital change en fonction du remplacement d'anciens facteurs humains par des nouveaux. De manière analogue, l'évolution de l'agrégat "ressource naturelle" s'accompagne de la mise en exploitation de nouvelles ressources et de l'abandon (éventuel) de ressources épuisées ou "dépassées".

Facteurs humains et naturels jouent des rôles très différents au sein du processus de production. Les premiers extraient et transforment les seconds pour en faire des biens et services destinés à être consommés. La production est donc considérée non seulement comme un processus de création de valeur, mais aussi comme un processus de *transformation* de matières et d'énergies, soumis aux lois de la physique (par exemple la loi de conservation de la matière). Il en découle que facteurs humains et naturels sont fondamentalement complémentaires (les possibilités de substitution entre ces derniers sont limitées).

Le modèle est celui d'une économie fermée sans Etat. L'intérêt de cette hypothèse est qu'elle contraint l'économie à supporter intégralement sa contrainte de ressource, sans possibilité de la contourner via des échanges avec le reste du monde (soit en important directement la ressource naturelle (RN), soit en se spécialisant dans une production peu intensive en ressource et en l'exportant en échange d'importations riches en ressource). Il y a trois catégories d'agents : les ménages, les entreprises du secteur primaire qui exploitent la RN et celles du secteur final qui produisent un bien final à tout faire. L'absence d'Etat implique l'absence de régulation, en particulier au niveau de la gestion de la RN (les entreprises sont en situation de laissez-faire).

2.1 Les ménages

On postule des ménages à longue durée de vie, qui reçoivent les revenus de la production, en consomment une partie et épargnent le reste en accumulant du capital. Ils louent aux entreprises le capital qu'ils détiennent. Ils possèdent aussi la ressource naturelle (RN), qu'ils n'exploitent pas eux-mêmes mais qu'ils vendent (in situ) aux entreprises du secteur primaire en échange d'une rente.

On suppose que les préférences des ménages sont représentées par des fonctions homothétiques et identiques. Leur propension à consommer est alors indépendante des revenus, ce qui permet de décrire le comportement des ménages à travers celui d'un agent unique qui recevrait tout le revenu macroéconomique. A la période t , la contrainte de budget des ménages s'écrit :

$$C_t + I_t = v_t K_t + r_t X_t \quad (1)$$

où C_t est la consommation, K_t le stock de capital offert, I_t l'investissement, v_t le loyer du capital, X_t la quantité exploitée de RN et r_t la rente unitaire. Le capital étant compris au sens large (comme expliqué ci-dessus), l'investissement comprend les dépenses en nouveau capital productif, en formation et en reproduction de la force de travail. Le prix des biens finaux (servant à la consommation et à l'investissement) est choisi comme numéraire.

L'équation d'accumulation du capital s'écrit :

$$K_{t+1} = [1 - \delta] K_t + \varphi I_t \quad (2)$$

où δ, φ sont deux paramètres exogènes qui désignent respectivement le taux de dépréciation du capital et la productivité de l'investissement.

²Le concept de ressource naturelle retenu ici correspond à celui de *capital naturel* proposé par Daly (1994).

La RN obéit à l'équation suivante :

$$R_{t+1} = [1 - \theta] R_t + F_t - X_t \quad (3)$$

où θ et F_t (exogènes) désignent respectivement le taux de dépréciation et le flux de renouvellement de la RN. Celle-ci étant comprise au sens large (comme expliqué ci-dessus), F_t regroupe des flux de renouvellement très divers (par exemple, la pluie qui reconstitue les nappes phréatiques, les naissances dans le cas d'une espèce animale, les découvertes de nouveaux gisements de minerais,...).

Les ménages choisissent leurs consommation C_t , investissement I_t et offre de RN X_t de façon à maximiser leur utilité intertemporelle à la manière de Ramsey. Formellement, le problème s'écrit :

$$\max_{\{C_t, I_t, X_t\}_{t=1, \dots, T}} \sum_{t=1}^T \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \psi R_t \right]$$

sous les contraintes (1) et (2) à satisfaire à chaque période avec K_1 et R_1 donnés. β est le facteur d'escompte ($0 < \beta < 1$). σ mesure l'élasticité de substitution intertemporelle ($\sigma > 0$). Le terme ψR_t désigne l'utilité procurée par la RN aux ménages (utilité qui peut provenir de sa jouissance directe, de son auto-consommation, de sa valeur d'existence,...). $\psi > 0$ mesure l'utilité marginale de la RN³. T est l'horizon de temps (très grand et éventuellement infini). Tous ces paramètres sont exogènes. L'hypothèse que l'utilité est linéaire en R_t permet de dégager une relation simple entre rente et consommation (cfr. infra) et facilite notablement les calculs numériques.

Les conditions d'optimalité du premier ordre conduisent à (cfr. Annexe 8.1) :

$$\left[\frac{C_t}{C_{t-1}} \right]^\sigma = \beta [\varphi v_{t+1} + 1 - \delta] \quad (4)$$

$$\frac{r_{t-1}}{C_{t-1}^\sigma} = \frac{r_t}{C_t^\sigma} \beta [1 - \theta] + \beta \psi \quad (5)$$

(4) est la condition familière de Ramsey décrivant le comportement de consommation et d'épargne. Le membre de gauche de (5) est le gain d'utilité de la consommation permise par la vente d'une unité supplémentaire de RN en $t - 1$. Le membre de droite désigne le gain d'utilité (actualisé) obtenu si le ménage décide de postposer cette vente d'une période. Ce gain résulte de : (i) la consommation supplémentaire permise par la vente d'une unité supplémentaire de RN en t et (ii) l'utilité marginale procurée par la RN. Les deux membres de (5) doivent être égaux à l'optimum.

En horizon infini, on peut montrer que l'utilité marginale de la RN en terme de consommation est constante (cfr. Annexe 8.1) :

$$\frac{r_t}{C_t^\sigma} = \Phi \quad (6)$$

où $\Phi = \frac{\beta \psi}{1 - \beta [1 - \theta]}$.

Par ailleurs, cette dernière égalité et (4) implique :

$$\frac{r_{t+1}}{r_t} = \beta [\varphi v_{t+1} + 1 - \delta] \quad (7)$$

Dans cette économie, les ménages ont le choix entre deux placements : (i) conserver la ressource et la revendre à la période suivante ou (ii) la vendre immédiatement et investir dans du capital. Les deux membres de (7) sont précisément les rendements de ces deux placements.

2.2 Le secteur primaire

Le rôle du secteur primaire est d'exploiter la ressource. On postule l'existence de firmes identiques en concurrence parfaite, ce qui permet de décrire le comportement du secteur à travers celui d'une firme représentative.

³Un modèle qui fait également dépendre l'utilité des ménages de la consommation et d'une ressource renouvelable est celui de Campiglio (2014). Cet auteur tient en outre compte du loisir.

Le coût d'exploitation d'une unité de RN se décompose en deux parties : (i) la rente payée aux ménages r_t et (ii) le coût de location du capital dévolu à l'exploitation. Ce coût de location est le produit (i) du loyer d'une unité de capital v_t et (ii) de la quantité de capital par unité de ressource exploitée $B_t(E)$. La fonction B_t mesure un effet externe (à l'entreprise) qui implique que la quantité de capital nécessaire pour extraire une unité de ressource augmente avec le taux d'exploitation (E) de celle-ci. B_t est supposée croissante et convexe ($B'_t > 0, B''_t > 0$). L'indice t indique que B_t évolue avec le temps en fonction du progrès technique (cfr. infra).

La condition de profit nul implique que le prix de vente de la RN *exploitée* est égal à :

$$q_t = r_t + v_t B_t(E_t) \quad (8)$$

q_t , r_t et $v_t B_t(E_t)$ désignent respectivement le prix de vente, la rente et le coût d'exploitation unitaire.

Si X_t est la quantité exploitée de RN, alors la quantité de capital mobilisée par le secteur primaire est définie par :

$$K_{pt} = B_t(E_t)X_t \quad (9)$$

2.3 Le secteur final

Le rôle du secteur final est de transformer la RN en biens à tout faire utilisés pour la consommation et l'investissement. La firme représentative combine RN et capital selon la fonction de production à élasticité de substitution constante (CES) et à rendements constants suivante :

$$\frac{1}{Y_t^\rho} = \frac{\alpha}{[A_t K_{ft}]^\rho} + \frac{1 - \alpha}{\left[\frac{X_t}{\mu_t}\right]^\rho} \quad (10)$$

où $0 < \alpha < 1$ et $0 < \rho$. K_{ft} est le capital dévolu à la fabrication des biens et X_t est la quantité de ressource transformée. A_t et μ_t sont respectivement des indices de productivité du capital et de la RN susceptibles d'évoluer en fonction du progrès technique.

A chaque période, la firme représentative détermine les quantités de ressource et de capital dont elle a besoin de façon à minimiser ses coûts de production. Formellement, elle résout le problème suivant :

$$\min_{K_{ft}, X_t} v_t K_{ft} + q_t X_t$$

sous la contrainte (10). Les firmes étant supposées en concurrence parfaite, les prix q_t et v_t sont exogènes au niveau de la firme. Les conditions d'optimalité conduisent aux relations suivantes :

$$\alpha \left[\frac{Y_t}{A_t K_{ft}} \right]^{1+\rho} A_t = v_t \quad (11)$$

$$[1 - \alpha] \left[\frac{Y_t}{X_t / \mu_t} \right]^{1+\rho} \frac{1}{\mu_t} = q_t \quad (12)$$

2.4 L'équilibre macroéconomique

La production agrégée se répartit entre consommation et investissement :

$$Y_t = C_t + I_t \quad (13)$$

L'équilibre sur le marché du capital s'écrit :

$$K_t = K_{ft} + K_{pt} \quad (14)$$

Le taux d'exploitation de la RN est le rapport entre la quantité exploitée et le stock :

$$E_t = \frac{X_t}{R_t} \quad (15)$$

Il va de soi que $0 \leq E_t \leq 1$.

Le modèle complet est décrit par les équations (2), (3), (4), (5) (ou (6)), (8), (9), (10), (11), (12), (13), (14) et (15), soit un système dynamique de 12 équations à 12 inconnues $K_{t+1}, K_{f,t+1}, K_{p,t+1}, X_t, Y_t, C_t, I_t, v_t, r_t, q_t, E_t, R_{t+1}, t = 1, \dots, T$. Les paramètres sont $\alpha, \beta, \psi, \sigma, \delta, \theta, \varphi$. Les séquences $A_t, \mu_t, F_t, t \geq 1$ et la fonction B_t sont connues. Les conditions initiales sont K_1 et R_1 , auxquelles s'ajoutent les deux conditions finales induites par le problème du ménage.

Par la suite, une attention particulière sera accordée au *partage de la VA entre facteurs humains et naturels* (c-à-d entre capital et RN). La VA totale de l'économie (le PIB) s'identifiant à la production du secteur final Y_t , les parts de la rente et du loyer du capital s'écrivent respectivement :

$$\pi_{rt} = \frac{r_t X_t}{Y_t} \quad (16)$$

$$\pi_{kt} = \frac{v_t K_t}{Y_t} \quad (17)$$

La part du capital se décompose à son tour entre les deux secteurs :

$$\pi_{ft} = \frac{v_t K_{ft}}{Y_t} \quad (18)$$

$$\pi_{pt} = \frac{v_t K_{pt}}{Y_t} \quad (19)$$

Etant donné (8), la part de la ressource un fois extraite vaut :

$$\pi_{qt} = \frac{q_t X_t}{Y_t} = 1 - \pi_{ft} \quad (20)$$

Bien entendu, ces parts sont liées entre elles :

$$\pi_{rt} + \pi_{kt} = \pi_{rt} + \pi_{ft} + \pi_{pt} = \pi_{qt} + \pi_{ft} = 1 \quad (21)$$

Une attention particulière sera également accordée au partage du capital entre secteurs primaire et final. Soit

$$m_t = \frac{K_{ft}}{K_t} \quad (22)$$

la part du capital total mobilisée par le secteur final. La variation de cette variable au cours du temps permettra de caractériser le *changement structurel* à l'oeuvre au cours de la trajectoire de l'économie.

Enfin, on introduit les variables relatives suivantes :

$$k_t = \frac{A_t K_{ft}}{X_t / \mu_t} \quad (23)$$

$$y_t = \frac{Y_t}{X_t / \mu_t} \quad (24)$$

$$x_t = \frac{Y_t}{A_t K_{ft}} = \frac{y_t}{k_t} \quad (25)$$

k_t est le rapport capital/ressource tandis que y_t et x_t sont respectivement les productivités de la RN et du capital. Les quantités de facteurs qui interviennent dans les trois formules précédentes sont définies en terme efficace, c-à-d multipliées par les paramètres de productivité A_t et $1/\mu_t$.

2.5 Progrès technique

Dans ce modèle, le progrès technique (PT) est susceptible d'intervenir à trois niveaux différents. Il peut faire croître la productivité (i) du capital ou (ii) de la RN au niveau de la production du secteur final, ou encore (iii) faire baisser les coûts d'exploitation du secteur primaire.

Dans le cas (i), le PT se traduit formellement par $A_{t+1} > A_t > 0, \forall t$, avec

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} A_t = \bar{A} \quad (26)$$

où $\bar{A}$ est éventuellement infini.

Dans le cas (ii), le PT implique formellement que $\mu_{t+1} < \mu_t, \forall t$. En conformité avec les postulats de l'économie écologique, on impose la condition que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \mu_t = \underline{\mu} > 0 \quad (27)$$

Les effets du PT sur le paramètre de productivité de la RN sont donc bornés, ce qui exclu la possibilité de produire un jour une quantité donnée de production finale avec une quantité infinitésimale de RN (rappelons que tant la production que la RN doivent être comprises dans un sens *très agrégé*). Cette hypothèse (en accord sur le plan théorique avec Anderson (1987), Baumgartner (2004) et Krysiak (2006)) est raisonnable dans la mesure où, même si la part des services devait augmenter avec le temps, une fraction de la production finale aura toujours un contenu en matière et énergie, obtenu à partir des ressources naturelles. Par ailleurs, la production de services dépend de facteurs qui requièrent pour leur fabrication (les équipements) ou leur reproduction (le travail) des quantités de matière et d'énergie (on ne produit pas des services uniquement avec des services).

Enfin, dans le cas (iii), le PT implique un déplacement vers le bas de la fonction $B_t(E)$ avec le temps. Autrement dit, quelque soit le taux d'exploitation $E \in [0, 1]$, on a $0 \leq B_{t+1}(E) < B_t(E), \forall t$. A la limite, les coûts d'exploitation peuvent éventuellement disparaître.

3 Analyse de l'état stationnaire

Le fait que ρ soit strictement positif implique que l'élasticité de substitution entre facteurs $\nu = \frac{1}{1+\rho} < 1$. Cette propriété et le fait que la séquence μ_t soit bornée inférieurement par $\underline{\mu} > 0$ implique que la productivité de la ressource est inférieure ou égale à une borne supérieure égale à $\frac{1}{\underline{\mu}^{1-\alpha} \bar{A}^\rho}$ ⁴. Le stock étant fini, il est alors impossible de produire une quantité infinie de biens (même asymptotiquement). Dans ce contexte, un sentier de croissance équilibrée caractérisé par une augmentation à taux constant de la production est exclu.

En revanche, le fait que le stock de RN bénéficie du flux de renouvellement $F_t > 0$ permet à l'économie de ne pas disparaître. Si certaines conditions sont remplies (notamment $\lim_{t \rightarrow +\infty} F_t \rightarrow F > 0$ et constant), l'économie tend vers un état stationnaire (ES) caractérisé par la constance des variables du modèle (en particulier la production). L'économie tend alors asymptotiquement vers la *croissance zéro*.

Le système dynamique (2) à (15) décrivant la trajectoire de l'économie est trop complexe pour être résolu analytiquement. A l'état stationnaire cependant, certaines variables peuvent être déterminées explicitement (cfr. Annexe 8.2) :

- loyer du capital :

$$v = \frac{1}{\varphi} \left[\frac{1}{\beta} - 1 + \delta \right] \quad (28)$$

v est une fonction inverse de l'offre de capital de la part des ménages. Celle-ci est d'autant plus élevée que (i) la productivité de l'investissement φ est élevée, (ii) le facteur d'escompte β est élevé (autrement dit la patience des ménages est grande) et (iii) le taux de dépréciation du capital δ est faible.

- prix de la ressource extraite :

$$q = \frac{1-\alpha}{\underline{\mu}} \left[\frac{1-\alpha x^\rho}{1-\alpha} \right]^{\frac{1+\rho}{\rho}} \quad (29)$$

où

$$x = \left[\frac{v}{\alpha \bar{A}} \right]^{\frac{1}{1+\rho}} \quad (30)$$

⁴Cette borne s'obtient à partir de (10) en faisant tendre (i) A_t ou K_{mt} vers l'infini et (ii) μ_t vers $\underline{\mu}$.

On observe que cette borne devient infinie si $\mu_t \rightarrow 0$ ou si $\rho = 0$ (cas où la CES se réduit à une fonction Cobb-Douglas), ce que nous excluons ici.

A l'ES, la productivité du capital dans le secteur final x et le prix de la RN q sont respectivement corrélés positivement et négativement avec le loyer du capital. Un loyer faible implique une plus grande production finale, une plus grande demande de RN et donc un prix de la ressource plus élevé.

- part de la RN extraite dans la VA :

$$\pi_q = 1 - \alpha x^\rho$$

- part du capital final dans la VA :

$$\pi_f = \alpha x^\rho \quad (31)$$

Etant donné (28) et (30), il apparaît que les revenus générés par l'exploitation ont une part d'autant plus grande que le loyer du capital est faible. Comme celui-ci est inversement proportionnel au facteur d'escompte β , plus les ménages sont impatients, plus v est grand et plus q et π_q sont faibles (à l'ES).

Les résultats précédents reposent sur l'hypothèse que $\bar{A}$ est fini. Cependant, même si la productivité du capital tend vers l'infini dans les *deux* secteurs⁵, l'économie tend vers l'ES caractérisé par les valeurs précédentes avec $x = 0$. Cet équilibre a les deux propriétés suivantes (cfr. Annexe 8.2) : (i) tout le capital se concentre dans le secteur primaire et (ii) le taux d'exploitation de la RN est unitaire (toute la ressource disponible en début de période est exploitée).

Les autres valeurs stationnaires doivent être calculées numériquement. Une annexe technique (i) montre comment résoudre numériquement l'ES et (ii) dérive certaines conditions sur les paramètres à satisfaire pour que l'ES existe. Vu sa longueur et son côté fastidieux, elle est présentée dans une note séparée disponible sur demande auprès de l'auteur.

4 Analyse de la dynamique

Vu sa complexité et le fait que l'on est également intéressé par la phase transitoire, le système dynamique (2) à (15) est résolu numériquement, ce qui suppose au préalable de (i) fixer les valeurs des paramètres et (ii) définir explicitement les fonctions exogènes. Le modèle est d'abord résolu dans le cadre d'une simulation dite "de référence" (SR). Afin de tester la robustesse du modèle, différentes variantes sont ensuite réalisées en faisant varier à tour de rôle les paramètres du modèle.

Les simulations sont fondées sur des valeurs des paramètres plausibles ou documentées par la littérature (cfr. Annexe 8.3 pour plus de détails). A la manière de Laitner (2000) et Fagnart et al. (2016), le taux de dépréciation du capital δ est choisi égal à 1, ce qui revient à considérer des périodes de temps relativement longues (de l'ordre d'une dizaine d'années). L'intérêt de cette hypothèse est qu'elle permet de réduire sensiblement les coûts en calcul sans modifier fondamentalement la dynamique du modèle. Le flux de renouvellement du stock de RN est supposé constant et égal à F .

La formule décrivant les coûts d'exploitation unitaires s'écrit :

$$B_t(E) = \frac{b_t E}{1 - E}$$

B_t est nulle à l'origine, croissante et tend vers l'infini si le taux d'exploitation $E \rightarrow 1$. Cette dernière propriété traduit le fait (réaliste) que les coûts marginaux d'exploitation tendent à exploser si le stock de la période est fortement exploité. La séquence b_t est exogène et décroît avec le temps en fonction du progrès technique.

⁵C-à-d si $A_t \rightarrow \bar{A} = +\infty$ et $B_t(E) \rightarrow B(E)$, où $B(E) = 0$ ($0 \leq E < 1$) et $B(1) = +\infty$ ($B(E)$ a la forme d'un L inversé).

Celui-ci est décrit par les séquences suivantes :

$$A_t = \bar{A} + \frac{A_1 - \bar{A}}{g_A^{t-1}} \quad (32)$$

$$\mu_t = \underline{\mu} + \frac{\mu_1 - \underline{\mu}}{g_\mu^{t-1}} \quad (33)$$

$$b_t = b_1 \frac{A_1}{A_t} \quad (34)$$

pour $t \geq 1$ et avec $0 < A_1 < \bar{A} < +\infty, 0 < \underline{\mu} \leq \mu_1, g_A > 1, g_\mu > 1, b_1 > 0$. Le PT est donc supposé exogène et borné. b_t étant inversement proportionnel à A_t (cfr. (34)), le secteur primaire est caractérisé par le même PT au niveau de l'usage du capital que le secteur final.

Avant de présenter les simulations, il importe de souligner qu'elles ne visent pas à décrire une réalité (passée ou présente) précise mais plutôt de mettre en lumière les effets sur l'économie dus aux limites bio-physiques auxquelles celle-ci est soumise. Les valeurs numériques n'ont pas d'intérêt en elles-mêmes et c'est l'allure des courbes qui importe. Notons enfin que certaines hypothèses (exogénéité du progrès technique, constance du flux de renouvellement F) à la base des résultats ci-dessous sont discutées à la section 5.

4.1 La SR

Dans le cadre de la SR, il n'y a pas de progrès technique au niveau de la RN, autrement dit μ_t est constant. Le Tableau 1 fournit pour chaque variable (i) la valeur stationnaire (dernière colonne) et quand cela fait sens, (ii) la valeur maximale ou minimale, (iii) la période où celle-ci s'observe et (iv) l'ampleur du dépassement, c-à-d le rapport entre valeur extrême et valeur stationnaire⁶. Les trajectoires des principales variables de l'économie sont illustrées par les Figures 1.a-k.

4.1.1 Analyse

On peut faire les commentaires suivants.

a) A très long terme, l'économie tend vers un état stationnaire caractérisé par la constance des variables. La plupart des variables ont une trajectoire de l'état initial vers l'état final non monotone. En outre, les trajectoires peuvent être pour le moins contrastées d'une variable à l'autre.

b) La plupart des variables réelles en niveau (à l'image de la production finale Y_t) ont une trajectoire en trois temps : une phase croissante jusqu'à un maximum, suivie d'une phase décroissante, suivie elle-même d'une phase quasi-stationnaire conduisant vers l'état stationnaire (Fig. 1.a-b). La trajectoire de la consommation de RN X_t est très similaire à celle de Y_t . Le ralentissement de la croissance de Y_t observé avant son pic n'est pas sans évoquer le ralentissement de la croissance des pays industrialisés observé ces dernières décennies et qui a fait naître le débat autour de leur entrée en "stagnation séculaire" (Adda, 2017)⁷.

c) Vu (6), la rente r_t se comporte de façon similaire à la consommation (Fig. 1.e). Il en va de même pour la part de celle-ci dans la VA π_{rt} (Fig. 1.g) et pour l'utilité totale u_t (Fig. 1.h). Le taux d'épargne s_t suit en revanche une évolution en miroir, avec d'abord une phase décroissante, suivie d'une phase croissante (Fig. 1.d). Certaines variables ont un comportement monotone, tel le stock de RN R_t (Fig. 1.c), le taux d'exploitation E_t et le coefficient déterminant le partage du

⁶Dans le cas du maximum d'une certaine variable x_t , le dépassement est mesuré par le rapport $\Delta_x = \frac{\max_t x_t}{x_\infty}$, où x_∞ désigne la valeur stationnaire.

⁷Les protagonistes du débat autour de la stagnation séculaire expliquent le ralentissement par des mécanismes internes à l'économie, induits par un problème de demande ou un problème d'offre. Les contraintes environnementales ne jouent aucun rôle déterminant dans le cadre de ce débat, alors qu'elles sont fondamentales dans le cadre du présent modèle.

Cfr. Adda (2017) pour une introduction très pédagogique au débat contemporain et le numéro spécial de la Revue Economique "Fin de monde : analyses économiques du déclin et de la stagnation (1870-1950)" (2015/5, Vol. 66) pour une mise en perspective historique.

Tableau 1 : La simulation de référence (SR)

	extremum	t_{ext}	Δ	ES
Y	18.7651	13	1.9799	9.4777
C	7.8921	12	2.7345	2.8861
I	11.1237	14	1.6876	6.5916
K	11.1237	15	1.6876	6.5916
K_f	5.9453	13	2.4796	2.3977
K_p	5.7753	17	0.3397	4.1939
X	187.7266	13	2.2381	83.8781
R				167.7561
s	0.5589 (min)	11	0.8036	0.6955
m				0.3637
E				0.5
r	0.0314	12	2.1265	0.0148
v	2.3859 (max) 1.1101 (min)	4 18	1.9087 0.8881	1.2500
q				0.0773
π_f				0.3162
π_p				0.5531
π_r	0.3230	12	2.4724	0.1306
u	8.9020	10	1.6042	5.5491

capital m_t (Fig. 1.d). Enfin, Le loyer du capital v_t présente l'originalité d'être la seule variable qui passent par deux extrema (Fig. 1.f).

d) Un fait particulièrement intéressant à observer est que les variables n'atteignent pas leurs extremas respectifs à la même période. Le Tableau 1 montre que, si on considère *l'ensemble des variables*, le passage de la phase de croissance à la phase de décroissance de l'économie s'étend entre les périodes 10 et 17, c-à-d un intervalle de temps non négligeable comparé à la durée totale de la phase transitoire.

e) Le fait que les variables n'atteignent pas leurs extremas à la même période suggère la chaîne de retournements suivante :

- $t = 10$: Si on excepte le loyer v_t ⁸, la première variable qui se retourne est l'utilité totale u_t . Ce retournement est induit par la baisse continue de l'utilité tirée de la RN $u_{Rt} = \psi R_t$, qui finit par plus que compenser la hausse continue de l'utilité tirée de la consommation $u_{Ct} = C_t^{1-\sigma}/[1-\sigma]$ (Fig. 1.h).

- $t = 11$: La deuxième variable à se retourner est le taux d'épargne s_t , alors que cette variable était en baisse continue depuis le début de la simulation (Fig. 1.d). On peut y voir la conséquence de l'anticipation par les ménages des difficultés à venir, et notamment du retournement prochain de la production.

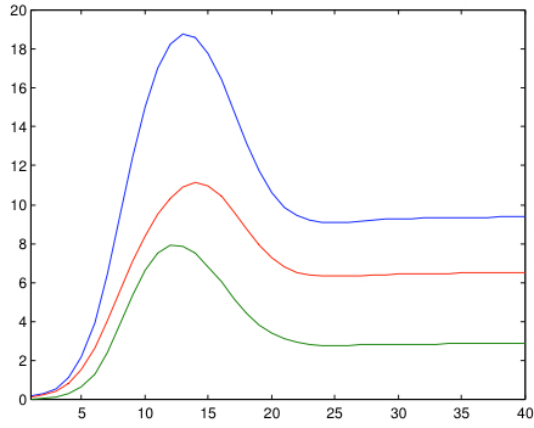
- $t = 12$: Bien que la production Y_t croisse encore, la hausse de s_t entraîne la baisse de C_t . Etant donné le lien étroit qui les lie via l'équation (6), la rente r_t se retourne en même temps que C_t .

- $t = 13$: Pendant la phase de croissance de l'économie, la hausse continue du taux d'exploitation E_t (Fig. 1.d), nourrie à la fois par la baisse de R_t et la hausse de la consommation de RN X_t , induit une demande croissante de capital d'exploitation K_{pt} et ce, malgré le progrès technique

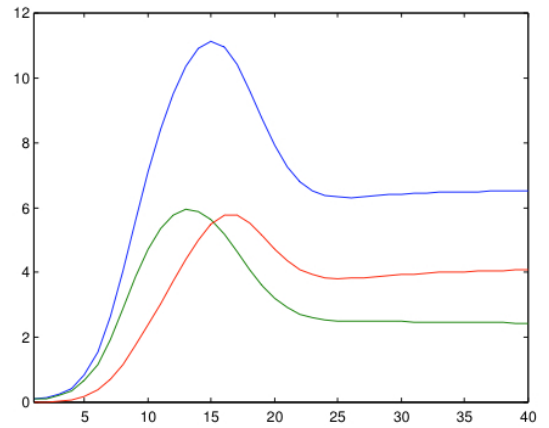
⁸L'ampleur de la hausse initiale de v_t est proportionnelle au potentiel de PT en début de trajectoire (c-à-d au rapport $\bar{A}/A_1$).

Figure 1 : La simulation de référence (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; t : turquoise)

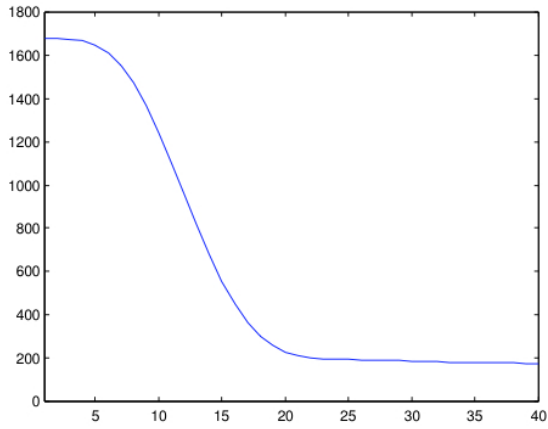
(a) Y_t (b), C_t (v), I_t (r)



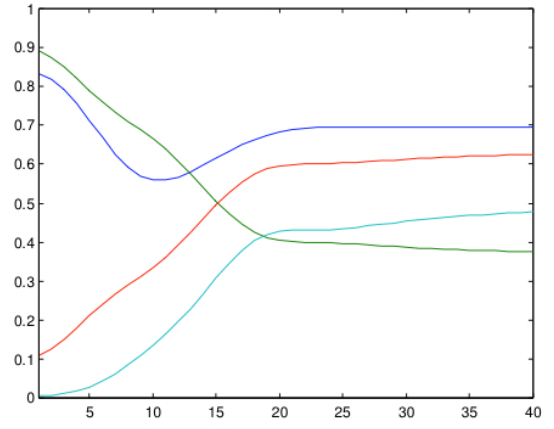
(b) K_t (b), K_{ft} (v), K_{pt} (r)



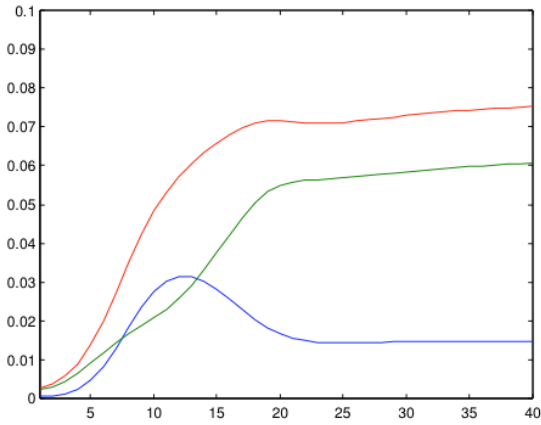
(c) R_t



(d) s_t (b), m_t (v), $1-m_t$ (r), E_t (t)



(e) r_t (b), $v_t B(E_t)$ (v), q_t (r)



(f) v_t

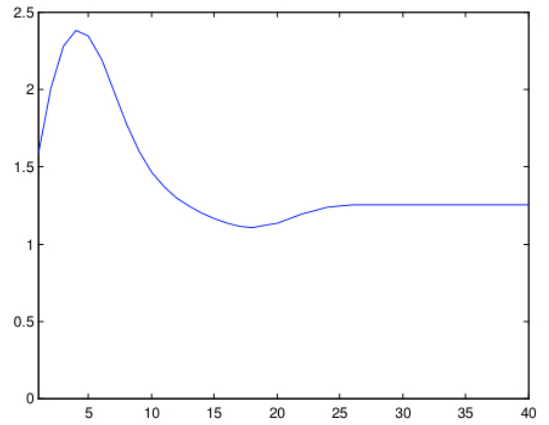
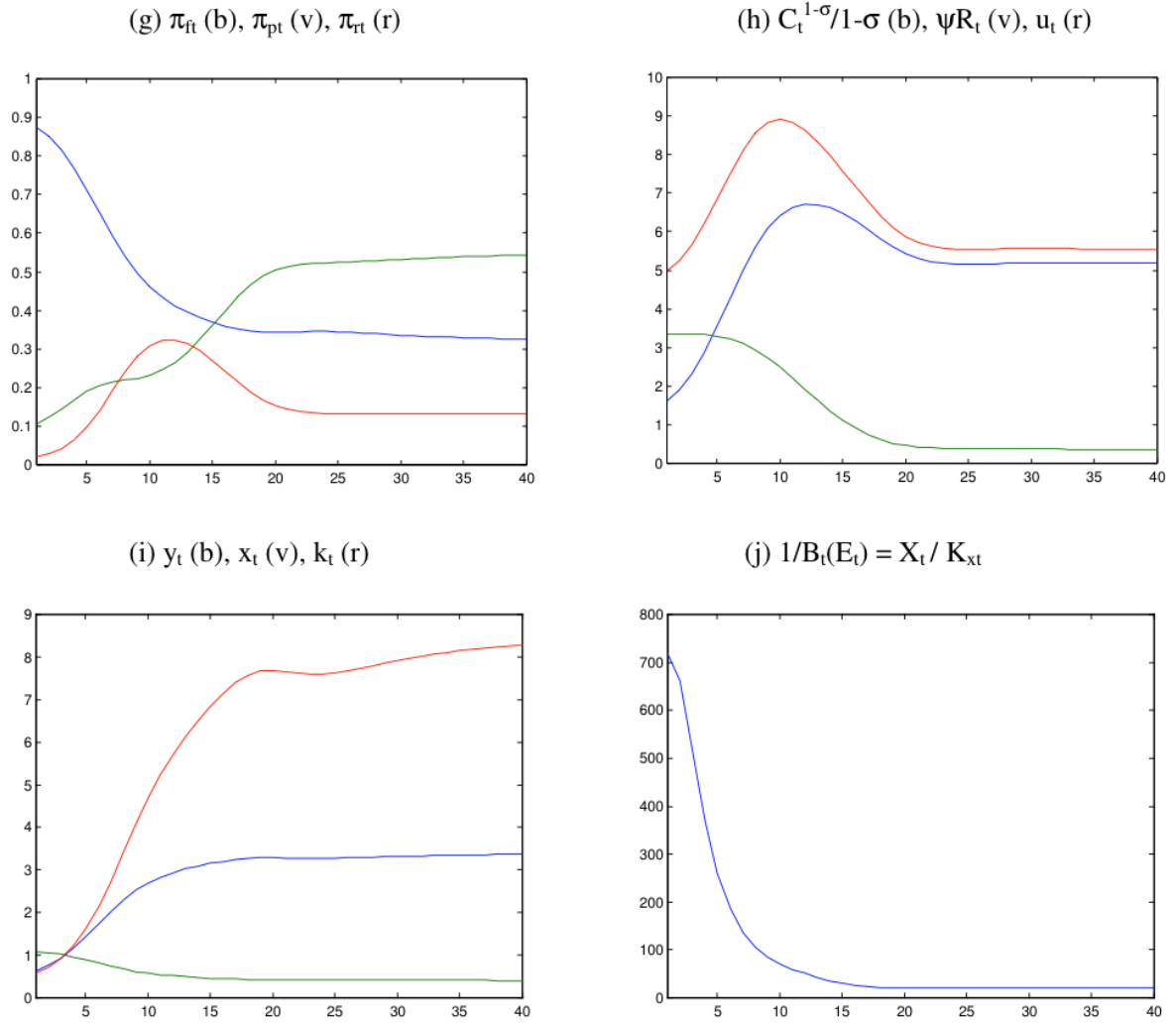


Figure 1 : La simulation de référence (suite)



qui économise ce capital (Fig. 1.b). Cette demande croissante pousse à la baisse m_t (la part du capital total dévolue au secteur final) (Fig. 1.d). La baisse de m_t finit par l'emporter sur la hausse de K_t (celle-ci étant encouragée par celle de s_t), impliquant le retournement de K_{ft} . Celui-ci s'accompagne à la même période de celui de la production Y_t (Fig. 1.a) et de la consommation de RN X_t (bien que K_{pt} soit toujours en croissance). A partir de $t = 13$, l'économie entre donc en récession (même si toutes les variables réelles en niveau ne décroissent pas encore).

- $t = 14$: Malgré la hausse du taux d'épargne, la baisse de la production Y_t entraîne celle de l'investissement I_t (Fig. 1.a).

- $t = 15$: Vu le délai d'une période entre investissement et installation du capital, le capital total K_t suit le mouvement à la période suivante (Fig. 1.b).

- $t = 17$: La baisse du capital total finit par l'emporter sur la hausse de $1 - m_t$, et c'est finalement le capital d'exploitation K_{pt} qui se retourne (Fig. 1.b). A partir de cette période, le long passage de la phase de croissance à la phase de décroissance est achevé (toutes les variables en niveau sont en baisse).

f) La croissance de l'économie implique que l'exploitation de la RN finit par être sensiblement en excès par rapport à ce que la ressource peut soutenir à long terme. Il est donc inévitable que

l'économie rentre en décroissance et donc aussi la consommation de RN X_t . Le lissage intertemporel de la consommation voulu par les ménages ne permet cependant pas un ajustement brutal vers un niveau d'activité soutenable. A cause de ce phénomène d'inertie et bien que l'économie soit entrée en décroissance, le stock de RN continue de diminuer pendant encore quelques périodes. Il ne se stabilise qu'à partir de $t = 20$ (plus ou moins) grâce à la baisse continue de l'activité. Par rapport à l'état initial, l'état final est caractérisé par un stock de RN beaucoup plus bas et un stock de capital beaucoup plus élevé. La ressource étant devenue sensiblement plus rare, une part beaucoup plus élevée de ce capital doit être consacrée à l'exploitation plutôt qu'à la production.

g) Outre le fait que les variables réelles en niveau atteignent leur maximum respectif à des périodes différentes, le Tableau 1 montre que l'ampleur du dépassement par rapport à la valeur stationnaire varie de l'une à l'autre. On observe plus précisément que $\Delta_C > \Delta_{K_f} > \Delta_Y > \Delta_K > \Delta_{K_p}$. Le fait que le dépassement soit le plus élevé pour C_t s'explique par l'augmentation de s_t pendant la phase de décroissance.

h) La raréfaction progressive de la RN se traduit par une hausse continue du taux d'exploitation E_t , même après le pic de production de l'économie. La Figure 1.d montre une corrélation étroite entre E_t et la part du capital d'exploitation dans le capital total $1 - m_t$. La trajectoire de l'économie s'accompagne donc d'un *changement structurel* se traduisant par une hausse continue de la part de secteur primaire dans le capital total au détriment de celle du secteur final. Ce changement structurel s'accompagne d'évolutions en sens opposés des parts du capital final (π_{ft}) et du capital d'exploitation (π_{pt}) dans la VA (Fig. 1.g).

i) La hausse continue du taux d'exploitation E_t se traduit par celle du coût d'exploitation unitaire $v_t B_t(E_t)$. Le prix de la ressource $q_t = r_t + v_t B_t(E_t)$ a un comportement (quasi) similaire, malgré la baisse de la rente qui accompagne la décroissance de l'économie (Fig. 1.e). L'influence de $B_t(E_t)$ finit par être dominante dans la détermination de q_t parce que l'exploitation de la RN est caractérisée par une productivité du capital de plus en plus faible (Fig. 1.j).

L'allure de q_t (en début de trajectoire) n'est pas sans rappeler la hausse tendancielle des prix des matières premières observée depuis le début du siècle. Vu la forte variabilité de ces prix, il est cependant prématuré d'en déduire qu'il s'agit d'une rupture avec la baisse séculaire observée durant le siècle passé. Il pourrait aussi s'agir de la phase haussière d'un nouveau cycle (Hallam, 2018).

j) Malgré la hausse tendancielle de la productivité de la RN $y_t (= \mu Y_t / X_t)$ (Fig. 1.i), la PRVA π_{rt} suit l'évolution de la rente en étant d'abord croissante puis décroissante (cfr. Figure 1.g). Tant que l'économie est en croissance, les parts dans la VA des revenus liés à l'exploitation π_{pt} et π_{rt} augmentent de concert au détriment de π_{ft} . Dès lors que l'économie rentre en décroissance, seule π_{pt} continue d'augmenter à cause de la hausse persistante du prix de la ressource. En termes de part dans la VA, la décroissance de l'économie continue de profiter à la seule rémunération du capital d'exploitation.

k) La Figure 1.h illustre l'évolution de l'utilité u_t et de ses composantes. Vu qu'elle s'écrit comme une fonction isoélastique de la consommation, l'utilité tirée de celle-ci u_{Ct} a la même allure que C_t . De même, l'utilité tirée de la RN u_{Rt} a la même allure que R_t . Vu les poids respectifs de u_{Ct} et u_{Rt} , l'utilité totale évolue plutôt comme u_{Ct} . Une nouvelle différence notable apparaît entre l'état initial et l'état final de l'économie : alors que l'utilité des ménages provenait initialement plus de la RN que de la consommation, c'est l'inverse qui est vrai à l'ES. Enfin, notons que le fait que u_t se retourne avant le PIB Y_t n'est pas sans rappeler l'hypothèse de seuil énoncée par Max-Neef (1995), selon laquelle, au-delà d'un certain niveau de PIB par tête (le seuil), le bien-être (ou la qualité de vie) décroît avec la croissance économique⁹.

4.2 Variantes

La sous-section suivante présente une série d'exercices de dynamique comparative, obtenus en faisant varier à tour de rôle les paramètres du modèle. Les variantes sont illustrées par les Figures

⁹Cette hypothèse a été confirmée empiriquement par Kubiszewski et al. (2013) sur la base de l'application de l'Indicateur de Progrès Véritable (Genuine Progress Indicator) pour la période 1950-2005 à un ensemble de pays représentant plus de la moitié de la population mondiale.

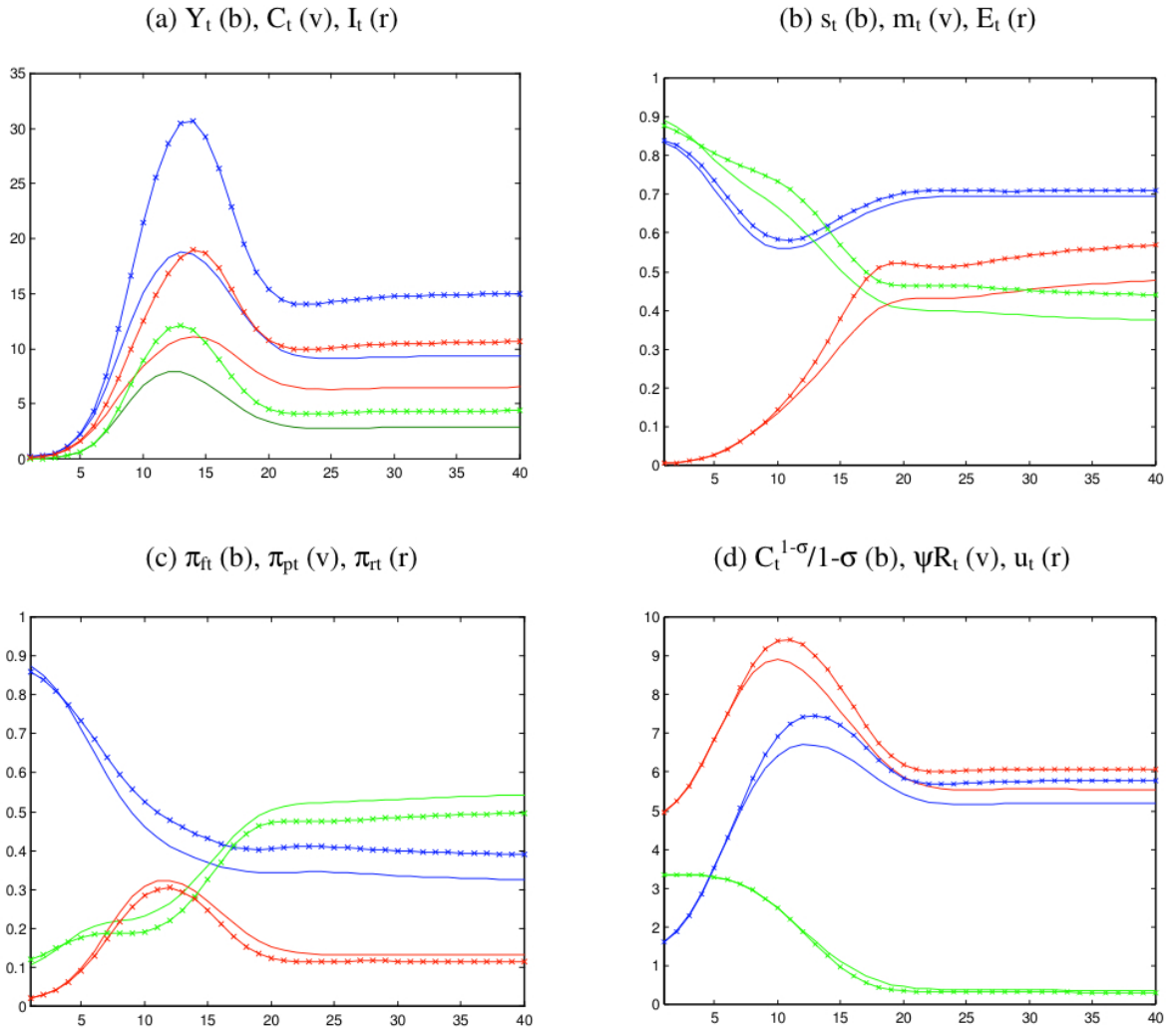
2 à 9, avec à chaque fois comparaison avec la SR. Chaque variable est caractérisée par la même couleur dans les deux simulations (par exemple la production en bleu). Le Tableau 2 de l'Annexe 8.4 reprend pour l'ensemble des variantes les valeurs à l'équilibre stationnaire des différentes variables du modèle.

Il importe d'attirer l'attention du lecteur sur le point suivant. Les commentaires qui suivent sont concentrés sur la comparaison des variantes avec la SR. Ainsi, quand on dira sans autre précision qu'une certaine variable augmente, il faudra comprendre que la courbe correspondante s'est déplacée vers le haut par rapport à la SR (quelque soit t).

4.2.1 Variation des paramètres de la CES

Les paramètres de la fonction de production du secteur final sont ρ (ou $\nu = 1/[1 + \rho]$) et α . Par rapport à la SR, la variante V1 se caractérise par une valeur de l'élasticité de substitution entre facteurs de production plus élevée : $\nu = .6$ au lieu de $.5$. Il en découle de meilleures possibilités de production au niveau du secteur final, au sens où des quantités données de facteurs K_{ft} et X_t impliquent une production Y_t plus élevée.

Figure 2 : Variante V1 - $\nu = .6$ (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; SR : — ; V1 : $\times$ — $\times$)



Etant donné l'amélioration des conditions de production, les variables réelles en niveau (pro-

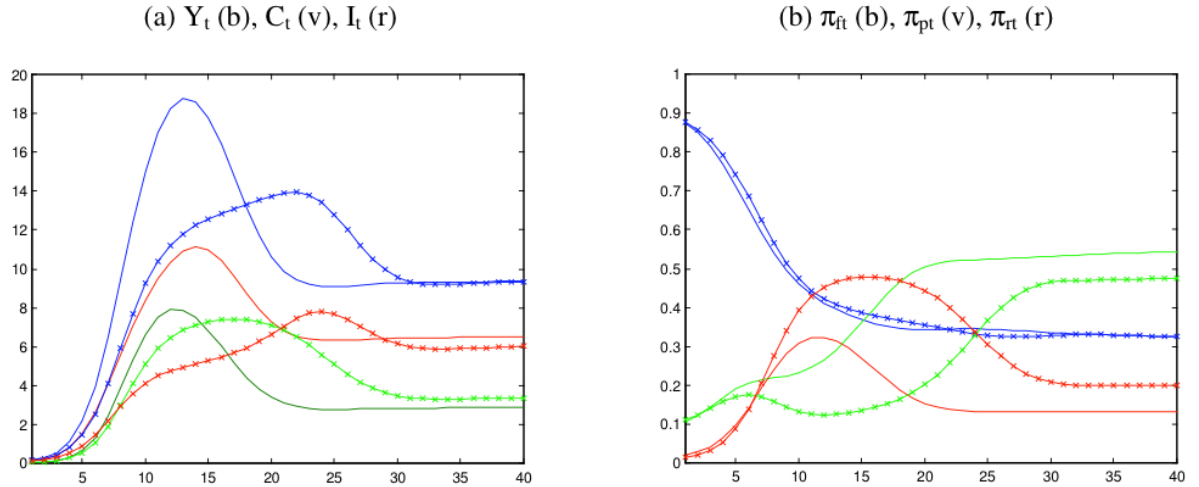
duction, consommation, stock de capital,...) augmentent, que ce soit durant la phase transitoire ou à l'ES (Fig. 2.a). Les périodes où les pics des variables sont observés ne changent pas ou peu. L'augmentation de la production est surtout due à celle du capital final car la consommation de RN X_t change peu. Celle-ci n'augmente de façon significative qu'autour de son pic. Cela suffit cependant pour conduire le stock de RN R_t (resp. le taux d'extraction E_t) vers un niveau sensiblement plus faible (resp. plus élevé) à l'ES (Fig. 2.b). Si le taux d'épargne évolue peu, le fait que le secteur final soit plus productif se traduit par un déplacement vers le haut de la courbe décrivant le coefficient de partage du capital m_t (Fig. 2.b). Le changement structurel demeure, mais est donc moins accentué que dans le cadre de la SR. Par rapport à la SR, la part dans la VA du capital final π_{ft} augmente au détriment de celles de la rente π_{rt} et du capital d'exploitation π_{pt} (Fig. 2.d). Enfin, la consommation augmentant beaucoup plus fortement que ne se réduit le stock de RN, l'utilité totale augmente (Fig. 2.d).

Le deuxième exercice (variante V4) a consisté à diminuer α de .8 à .7. Diminuer α revient à diminuer le poids du capital et augmenter celui de la RN dans la fonction de production (cfr. (10)). Il s'en suit que les conditions de production deviennent plus défavorables au sens où la productivité de la RN (définie par (24) en terme efficace) diminue¹⁰. Ceci explique que l'on obtienne des évolutions inverses de celles obtenues dans le cadre de la variante V1, où les conditions de production étaient améliorées par rapport à SR.

4.2.2 Variation des paramètres de l'utilité intertemporelle

Les paramètres de l'utilité intertemporelle des ménages sont β , σ et ψ . Augmenter β revient à accorder un plus grand poids au futur; augmenter σ signifie que les ménages désirent plus fortement lisser leur consommation dans le temps; augmenter ψ revient à augmenter l'utilité marginale de la RN pour les ménages. Les simulations reposant sur les variations de ces paramètres engendrent des résultats qualitativement très similaires. A titre d'illustration, les Figures 3.a-b présentent la variante V3 qui est obtenue en faisant varier σ de .75 à 1 (la fonction d'utilité de la consommation est logarithmique)¹¹.

Figure 3 : Variante V3 - $\sigma=1$ (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; SR : — ; V3 : ×—×—)



Que ce soit β , σ ou ψ qui augmente, les trajectoires des variables réelles en niveau (production,

¹⁰En effet, vu (24) et (23), la division des deux membres de (10) par X_t/μ_t implique que $1/y_t^p = \alpha [1/k_t^p - 1] + 1$. Il apparaît que l'influence de α sur y dépend du signe de $1/k_t^p - 1$, qui est négatif si $k_t > 1$. Or la simulation montre qu'à l'exception du début de la trajectoire, $k_t > 1$ et donc que la productivité de la RN décroît si α décroît.

¹¹Les variantes V2 et V8, dont les états stationnaires sont donnés par le Tableau 2, sont respectivement obtenues en faisant varier β de .8 à .9 et ψ de .002 à .004.

consommation, stock de capital,...) se caractérisent par une forte diminution de l'ampleur du dépassement par rapport au niveau stationnaire, qui lui-même bouge relativement peu (Figure 3.a). Pendant toute la trajectoire, la part de la consommation augmente fortement au détriment de celle de l'investissement.

Le fait que les ménages attribuent un poids plus élevé au futur ou désire plus lisser leur consommation ou encore attribuent une plus grande valeur d'usage à la RN les incite à plus conserver celle-ci. Il en découle une variation sensible (i) à la hausse du stock de RN et (ii) à la baisse du taux d'exploitation et du capital extractif. Comme le secteur primaire se développe moins vite, il en découle une augmentation de la part du secteur final dans le capital total m_t . Par rapport à la SR, le changement structurel demeure mais se révèle plus lent et au final moins prononcé.

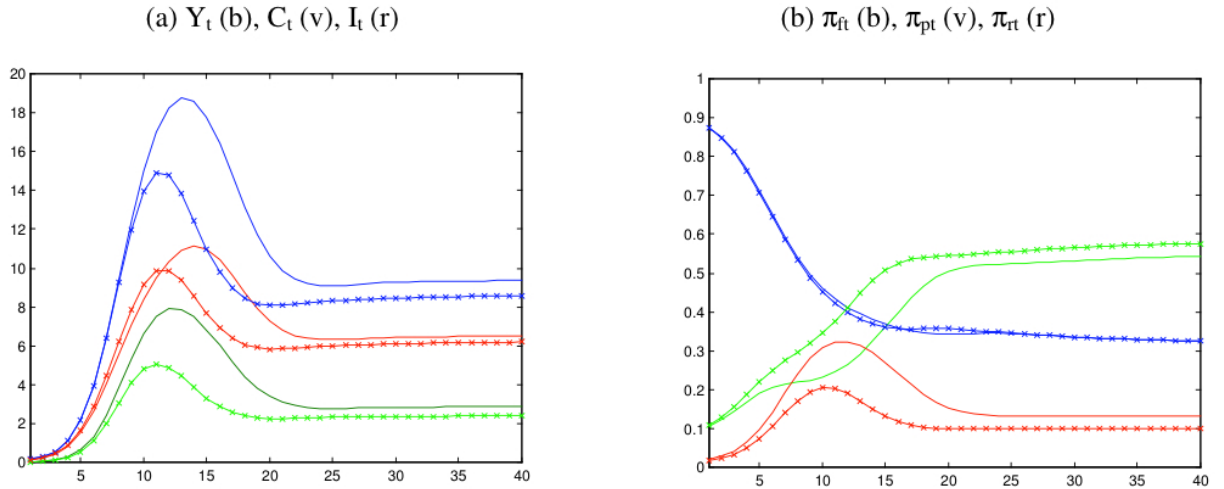
Le plus grand soucis des ménages de conserver la RN se traduit par une hausse sensible de la rente. Cette hausse se traduit à son tour par celle de π_{rt} au détriment de la part du secteur primaire π_{pt} , la part du secteur final π_{ft} évoluant peu et demeurant même constante à l'ES (Fig. 3.b)¹².

Enfin, l'utilité totale augmente (surtout pendant la phase transitoire suivant son pic), la perte d'utilité due à la diminution de la consommation étant compensé par le gain d'utilité dû à l'exploitation plus lente de la RN. A l'ES, les ménages sont doublement gagnants car ils tirent une utilité supérieure à la fois de la consommation et de la RN. Le prix à payer est une baisse transitoire de la consommation pendant la première moitié de la trajectoire.

4.2.3 Variation du taux de dépréciation de la RN

Augmenter θ revient à réduire la durée de vie de la RN et donc, ceteris paribus, à diminuer le stock. Il s'en suit que les coûts d'exploitation du secteur extractif sont plus élevés.

Figure 4 : Variante V5 – $\theta = .1$ (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; SR : — ; V5 : ×—)



La variante V5 est obtenue en faisant varier θ de .05 à .1. Etant donné la dégradation des conditions d'exploitation, les variables réelles en niveau (production, consommation, stock de capital,...) diminuent, que ce soit durant la phase transitoire ou à l'ES (cfr. Figure 4.a). Les pics des variables sont avancés dans le temps. Le stock de RN plus faible implique un taux d'exploitation E_t plus élevé. En réponse à la hausse du capital d'exploitation qui en découle, le taux d'épargne s_t et la part du capital dévolue au secteur primaire $1 - m_t$ augmentent, surtout pendant la phase

¹²Comme le montre (28), (30) et (31), π_m ne dépend pas de σ ni de ψ . Cette part dépend en revanche de β mais la variante V2 caractérisée par la variation de ce dernier paramètre montre un impact sur π_m sensiblement plus faible que sur les deux autres parts (cfr. Tableau 2).

transitoire. Par rapport à la SR, le changement structurel est donc transitoirement accéléré, sans que le partage du capital entre secteurs à l'ES soit notablement affecté. Quant au partage de la VA, elle se modifie en faveur du secteur primaire au détriment de la rente, la part du secteur final demeurant similaire et même identique à l'ES (cfr. Figure 4.b)¹³. L'utilité des ménages est affectée négativement, à la fois par la baisse (i) de la consommation (induite elle-même par la baisse de la production et la hausse de l'épargne) et (ii) du stock de ressource.

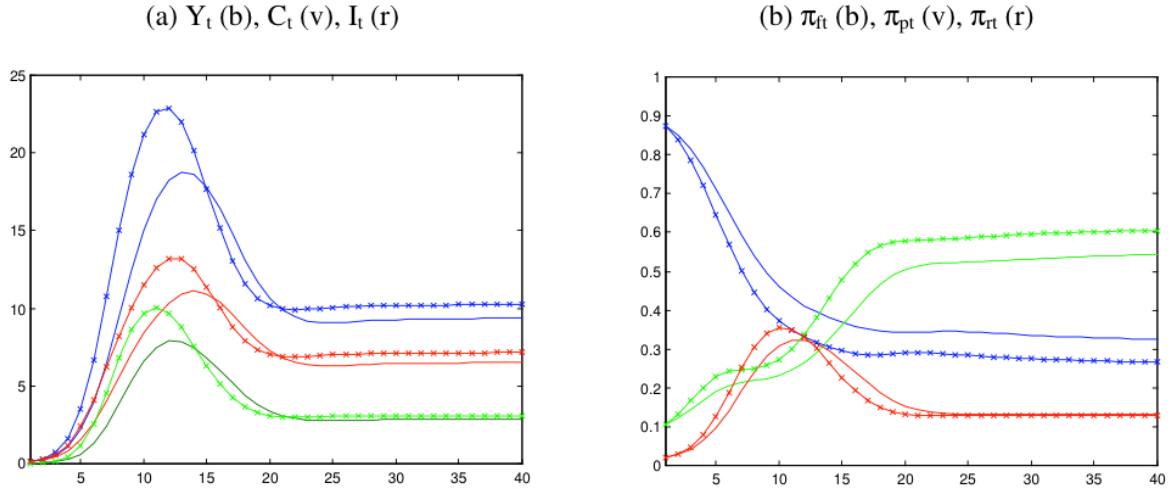
4.2.4 Variation de l'intensité du progrès technique

Le progrès technique est décrit par les évolutions des séquences $\{A_t, t \geq 1\}$, $\{\mu_t, t \geq 1\}$ (au niveau du secteur final) et $\{b_t, t \geq 1\}$ (au niveau du secteur primaire). Les variantes V6, V7 et V9 sont obtenues en faisant varier successivement ces trois séquences (les deux autres demeurant identiques par rapport à la SR). Les impacts des variations de l'intensité du PT se révélant parfois différents selon la variante considérée, on analysera les trois variantes à tour de rôle.

Variation de $\bar{A}$ La variante V6 est obtenue en augmentant le paramètre $\bar{A}$ de 50%.

Au niveau des variables réelles en niveau (production, consommation, stock de capital,...), on observe que (i) les pics sont plus prononcés et sont avancés dans le temps et (ii) les valeurs à l'ES augmentent. Les pics plus prononcés se traduisent par une décroissance plus forte vers l'état stationnaire (Fig. 5.a). En outre, cette décroissance est suffisamment forte pour que ces variables baissent (par rapport à la SR) pendant une partie de la phase de la décroissance. L'effet d'un PT plus intensif n'est donc pas toujours favorable au cours de la trajectoire.

Figure 5 : Variante V6 – $\bar{A} = 15$ (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; SR : — ; V6 : ×—×—)



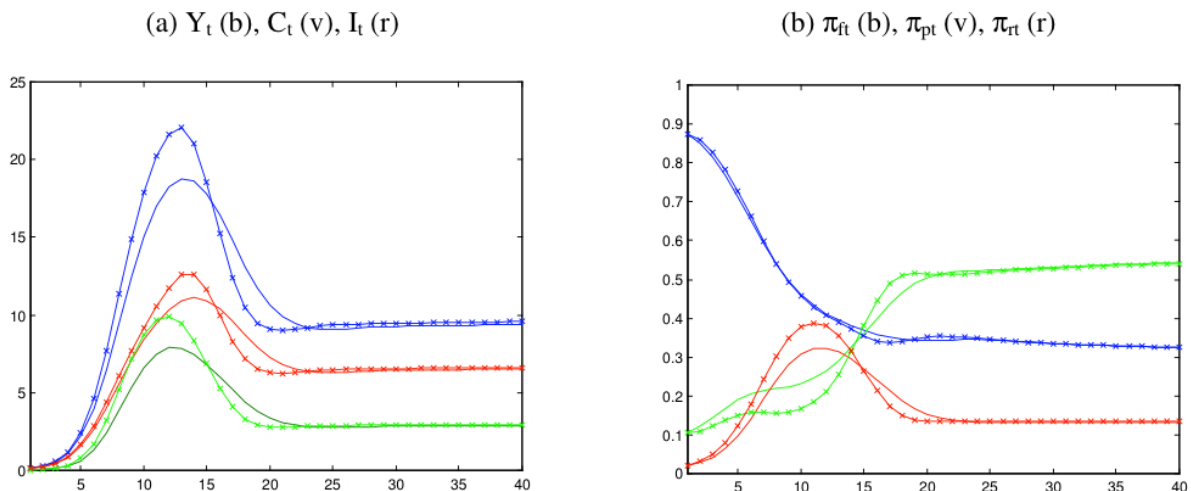
Le niveau d'activité plus élevé pendant les 15 premières périodes se traduit par un stock de RN plus faible et un taux d'exploitation de la RN plus élevé *pendant toute la trajectoire*. Il en découle un changement structurel plus prononcé en faveur du secteur primaire. Ceci se reflète dans le partage de la VA, la part du secteur primaire augmentant au détriment de celle du secteur final (Fig. 5.b). Vu les liens étroits entre consommation C_t et rente r_t , la variation de la part de la rente est à l'image de celle de la consommation (pic accentué et avancé dans le temps). L'utilité totale des ménages évolue d'une façon similaire à celle de la consommation (le gain d'utilité lié au surcroît de consommation domine la perte d'utilité due à la réduction du stock de RN).

¹³Comme le montre (28), (30) et (31), π_m ne dépend pas de θ .

Variation de $\underline{b}$ La variante V7 est obtenue en divisant le paramètre $\underline{b} = \lim_{b \rightarrow +\infty} b_t$ par 2.

Les pics des variables réelles en niveau (production, consommation, stock de capital,...) sont plus prononcés (Fig. 6.a). A la différence de V6, (i) les pics ne sont pas avancés dans le temps et (ii) les valeurs stationnaires augmentent faiblement. Mais comme dans la simulation précédente, la décroissance suivant le pic est suffisamment forte pour que l'effet d'un PT plus intensif ne soit pas toujours favorable au cours de la trajectoire.

Figure 6 : Variante V7 – $\underline{b} = .25$ (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; SR : ——— ; V7 : ×—×—)



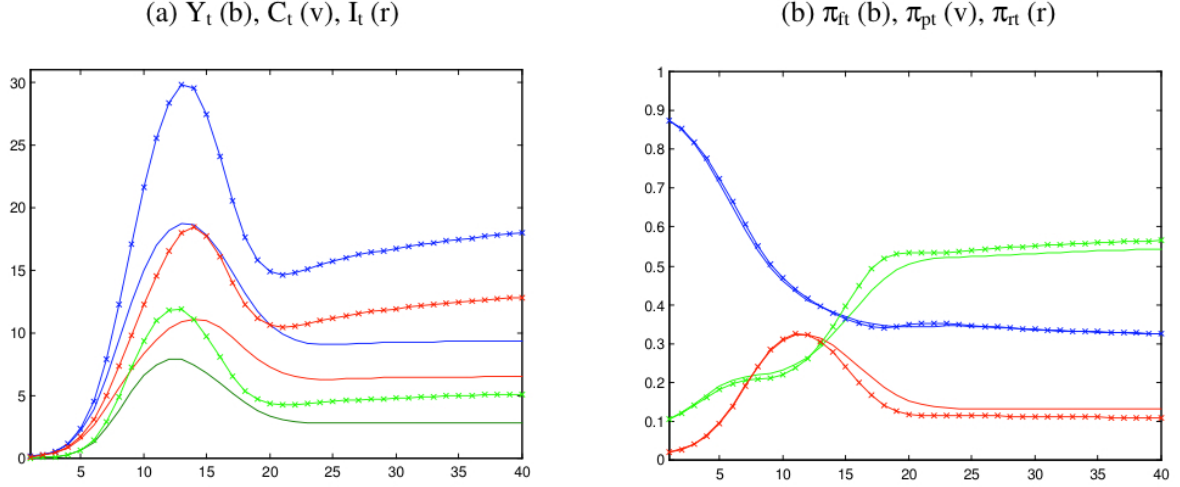
La plus grande productivité du secteur primaire implique des coûts d'exploitation moindres et donc une plus intense exploitation de la RN pendant une quinzaine d'années. Il s'en suit un stock de RN sensiblement plus faible et un taux d'exploitation de la RN beaucoup plus élevé *pendant toute la trajectoire*. L'impact de la variation de $\underline{b}$ sur le changement structurel est contrasté : la part du capital du secteur final m_t est tantôt à la hausse, tantôt à la baisse pendant la première moitié de la trajectoire. Il en va de même pour les parts dans la VA du secteur primaire, du secteur final et de la rente (Fig. 6.b). Tout comme pour la variante précédente, l'utilité totale des ménages évolue d'une façon similaire à celle de la consommation.

Variation de $\underline{\mu}$ Dans le cadre de la SR ainsi que de toutes les variantes précédentes, le coefficient de productivité de la RN μ_t demeurerait constant et égal à $\underline{\mu}^{SR}$. La variante V9 suppose que ce coefficient décroît asymptotiquement de $\underline{\mu}^{SR}$ à $\underline{\mu}^{SR}/2$. Le progrès technique se situe maintenant au niveau de l'usage de la RN par le secteur final.

Les trajectoires des variables réelles en niveau (production, consommation, stock de capital,...) subissent un déplacement marqué vers le haut. Celui-ci concernant tant la phase transitoire que l'ES, l'effet d'un PT plus intensif est toujours positif contrairement à ce qui se passait dans le cadre des deux simulations précédentes (Fig. 7.a).

Malgré un PT resource-saving plus intense, la consommation de RN augmente. Le PT est donc plus que compensé par l'*effet rebond*. L'augmentation de X_t se traduit par une diminution du stock de la RN. Ces deux variations contribuent à une forte croissance du taux d'exploitation. Le PT resource-saving et l'augmentation de E_t agissent en sens opposés sur les besoins en capital d'exploitation. Le partage du capital se modifie au détriment du secteur final de façon modérée. Le fait que la RN soit plus exploitée se traduit, après le pic de la production, par la hausse de la part du secteur primaire, au détriment de la part de la rente (Fig. 7.b). Enfin, comme dans le cadre de V6 et V7, le gain d'utilité dû à la hausse de la consommation domine la perte d'utilité due à la baisse du stock de RN, et l'utilité totale des ménages augmente.

Figure 7 : Variante V9 – $\underline{\mu} = \underline{\mu}^{SR} / 2$ (b : bleu ; v : vert ; r : rouge ; SR : — ; V9 : ×—×—)



5 Discussion des résultats

5.1 Trajectoire monotone

Toutes les simulations analysées ci-dessus font apparaître de la part des variables réelles en niveau le même genre de trajectoires constituées de trois phases successives: croissance, décroissance et état (quasi) stationnaire. Seules la durée des phases (en particulier la phase de croissance) et l'ampleur des pics des différentes variables changent.

La non-monotonicité des trajectoires décrivant l'économie n'est cependant pas une nécessité, comme l'illustre la simulation V10 ci-dessous. Celle-ci résulte de plusieurs changements de paramètres par rapport à la SR :

- $\sigma = 1$: plus grand lissage de la consommation par les ménages;
- $\theta = .1$: plus grande dépréciation naturelle de la RN;
- $b = 1$: coûts d'exploitation de la RN (beaucoup) plus élevés;
- $\underline{\psi} = .01$: (beaucoup) plus grande utilité marginale de la RN;
- $\bar{A} = 3.33$: potentiel de PT sensiblement réduit.

Comme l'ont montré les variantes précédentes, chaque variation contribue à réduire l'ampleur du dépassement par rapport à l'état stationnaire.

Les variables réelles en niveau (production, consommation,...) croissent de façon monotone vers leurs valeurs stationnaires (Fig. 8.a). Au contraire, le taux d'épargne s_t décroît de façon monotone et il en va de même de la part du secteur final dans le partage du capital m_t (Fig. 8.b). Le changement structurel demeure, mais en comparaison avec la SR, il ralentit progressivement (la variation de m_t tend à s'atténuer avec le temps). Le taux d'exploitation de la RN croît de façon monotone vers une valeur finale très faible, à cause de la hausse rapide des coûts d'explication. Comparée à la SR, l'économie décrite par la simulation V10 est donc beaucoup moins prédatrice.

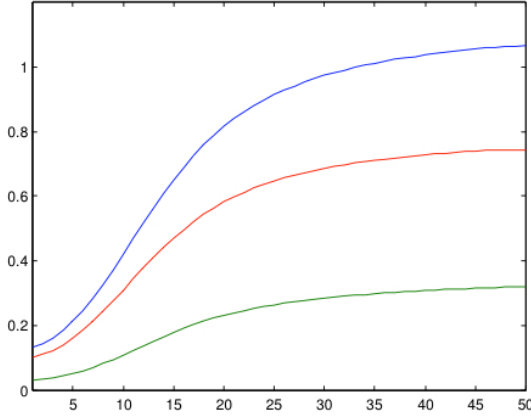
5.2 PT endogène

Dans le cadre de toutes les simulations analysées ci-dessus, le PT est exogène. Dans la présente sous-section, on se propose d'endogénéiser le PT qui gouverne A_t et b_t et d'en évaluer l'impact sur les résultats obtenus dans le cadre de la SR.

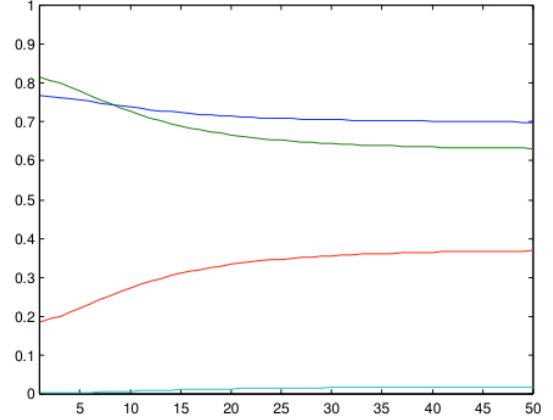
Une façon simple d'endogénéiser le PT est de postuler un mécanisme du type *learning by doing*.

Figure 8 : Variante V10 - Croissance monotone (b : bleu ; v : vert ; r : rouge)

(a) Y_t (b), C_t (v), I_t (r)



(b) s_t (b), m_t (v), $1 - m_t$ (r), E_t (t)



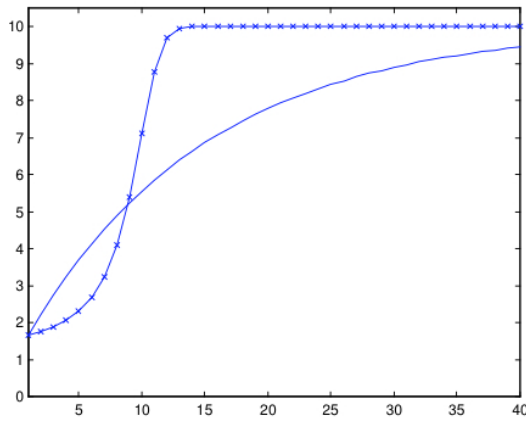
Plus précisément, on suppose que A_t évolue selon la formule suivante :

$$A_t = \bar{A} + \frac{A_1 - \bar{A}}{\exp_{g_A} \left(\sum_{\tau=1}^{t-1} Y_\tau \right)} \quad (35)$$

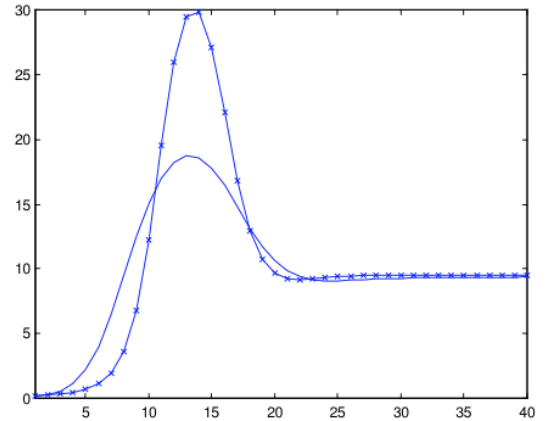
Partant de la valeur initiale A_1 , A_t croît en fonction de la production finale *cumulée* et tend vers la valeur finale $\bar{A}$. Par rapport à la SR, les valeurs extrêmes de A_t ainsi que g_A demeurent inchangées. Il en va de même pour les valeurs extrêmes de la séquence b_t , qui demeure gouvernée par (34).

Figure 9 : Variantes V11 – Progrès technique endogène (SR : — ; V11 : ×—)

(a) A_t



(b) Y_t



Les Figures 9.a-b comparent la variante V11 où A_t obéit à (35) avec la SR où A_t obéit à (32). Par rapport à la SR, l'endogénéisation du PT a deux effets notables : (i) l'allure de A_t devient celle d'une sigmoïde et (ii) après quelques périodes de croissance lente, A_t s'approche beaucoup plus vite de sa valeur finale (Figure 9.a). Il en résulte un pic de la production Y_t beaucoup plus

prononcé (et aussi postposé d’une période). En revanche, l’ES n’est pas affecté puisque les valeurs limites des séquences A_t et b_t sont inchangées.

En résumé, endogénéiser le PT a donc un effet quantitatif sur la phase transitoire. Mais l’allure générale de la production ne change pas : on observe toujours une trajectoire avec les trois mêmes phases succesives (croissance, décroissance et stabilisation).

5.3 Découvertes de ressource, PT resource-saving et substitution

Dans le cadre de la SR, les Figures 1.e et 1.g font apparaître que le prix de la RN q_t et la PRVA π_{rt} sont croissants en début de trajectoire. Or le développement des pays industrialisés ne s’est pas caractérisés par de telles hausses. Même si le but du présent article n’est pas d’expliquer le passé, on peut se demander d’où provient cette apparente contradiction.

L’explication résulte de deux hypothèses à la base de la SR : (i) il n’y a pas de nouvelles découvertes qui augmentent (transitoirement) le stock de RN et (ii) le PT resource-saving est absent (l’indice de productivité de la RN mesuré par μ_t est constant). Si on lève ces deux hypothèses, le modèle est capable d’engendrer une trajectoire caractérisée par la baisse de q_t et π_{rt} pendant les premières périodes. Dès lors que le processus de découvertes et le PT se ralentissent, ces variables évoluent à la hausse comme dans le cadre de la SR.

Enfin, on peut se demander dans quelle mesure un autre mécanisme susceptible d’atténuer la hausse du prix des ressources, à savoir la substitution entre celles-ci¹⁴, pourrait influencer les résultats précédents. Ce modèle ne considérant qu’une ressource, il ne peut pas prendre explicitement en compte ce mécanisme. Cependant, comme le stock R_t est en fait un *agrégat* de RN, la substitution intervient *implicitement* dans les résultats. En effet, puiser toujours plus dans ce stock peut être interprété comme mettre successivement en exploitation des ressources différentes, une ressource étant remplacée quand son coût d’exploitation (croissant) devient supérieur à celui de la ressource suivante.

6 Conclusion

Le présent article pose la question du partage de la valeur ajoutée entre facteurs de production humains et naturels dans le cadre d’une économie dont la croissance est contrainte par des limites physiques dues (i) à des disponibilités en ressources naturelles limitées et (ii) au respect du postulat de soutenabilité forte (qui impose que la productivité de ces ressources est bornée). Le but de l’analyse n’est pas d’expliquer certaines évolutions historiques (et encore moins de prévoir le futur), mais plutôt de répondre à des questions telles que : *si* la croissance de l’économie devait ralentir ou *si* l’économie devait décroître, quel serait l’impact sur le partage de la valeur ajoutée entre facteurs humains et naturels ?

Dans son état initial, l’économie est peu développée en terme de facteurs humains et en revanche richement dotée en ressource naturelle. A long terme, l’économie tend vers un état stationnaire caractérisé par un stock de ressource beaucoup plus bas et un stock de capital beaucoup plus élevé comparé à l’état initial.

En fonction de la valeur des paramètres, la convergence vers l’état stationnaire peut se faire à travers une croissance monotone ou non monotone. Dans ce dernier cas (qui a été l’objet principal de cet article), la plupart des variables réelles en niveau (à l’image de la production) ont une trajectoire en trois temps : une phase croissante jusqu’à un maximum, suivie d’une phase décroissante, suivie elle-même d’une phase quasi-stationnaire conduisant vers l’état final. D’autres variables, telles que la rente, la part de celle-ci dans la valeur ajoutée ou l’utilité instantanée des ménages se comportent de façon similaire.

Certaines variables ont en revanche un comportement monotone. La croissance de l’économie s’accompagne d’une hausse rapide du taux d’exploitation de la ressource, stimulée à la fois par la hausse de la consommation de ressource et la baisse de son stock. La hausse continue du taux d’exploitation se traduit par des coûts d’exploitation de la ressource croissants. Il en découle

¹⁴A l’image de ce qui se passe aujourd’hui entre énergies renouvelables et non renouvelables.

que le changement structurel est également monotone au sens où la part du capital total dévolue au secteur primaire croît de façon continue au détriment de celle dévolue au secteur final. Ce déplacement de capital est la cause première de l'arrêt de la croissance de l'économie.

La phase de croissance conduit à une surexploitation de la ressource pendant plusieurs périodes. Après le pic d'activité, le stock continue de décroître car il faut toute la phase de décroissance pour que la consommation de ressource redevienne compatible avec le flux de renouvellement naturel, permettant (avec le progrès technique) à celle-ci de se stabiliser.

Tant que l'économie est en croissance, les parts dans la valeur ajoutée de la rente et du capital consacré à l'exploitation de la ressource augmentent de concert au détriment de celle du capital consacré à la production finale. Dès lors que l'économie rentre en décroissance, seule la rémunération du capital d'exploitation continue d'augmenter (en lien avec la hausse persistante du prix de la ressource).

Dans l'introduction, il a été posé la question de savoir si l'évolution du partage de la valeur ajoutée évolue de façon réversible selon que l'économie est en phase de croissance ou de décroissance. Au vu du paragraphe précédent, il apparaît clairement que la réponse n'est positive qu'au niveau de la part de la rente (celle-ci évolue en effet en sens opposés selon que l'économie croît ou décroît). Pour les parts du capital primaire et final, la réponse est négative (elles évoluent de façon monotone que l'économie soit en croissance ou en décroissance).

Si le modèle est susceptible d'engendrer des trajectoires du type croissance - décroissance - stabilisation pour de nombreuses configurations des paramètres, des trajectoires du PIB monotones croissantes tendant vers un état stationnaire sont également possibles. Par ailleurs, différents exercices de dynamique comparative confirment que les effets du progrès technique ne sont pas uniformes selon qu'il augmente la productivité du capital ou de la ressource dans le secteur final, ou baisse les coûts d'exploitation du secteur primaire. Si ces trois formes de progrès technique se traduisent toutes par une plus grande exploitation de la ressource et une plus grande production et consommation à long terme, seul le progrès technique *resource-saving* se traduit par une augmentation de la production pendant *toute* la trajectoire.

Même si le but de l'article n'est pas d'expliquer certaines évolutions historiques, les simulations ont permis de reproduire (qualitativement) certains phénomènes observés pendant ces dernières décennies dans les pays industrialisés. Il s'agit d'abord (i) du ralentissement de leur croissance (qui a fait naître le débat autour de leur entrée en "stagnation séculaire") et (ii) du décrochage du bien-être par rapport au PIB. Depuis le début du siècle, on observe également une hausse tendancielle des prix des matières premières. Vu la forte variabilité de ces prix, il est cependant prématuré d'en déduire qu'il s'agit d'une rupture avec la baisse séculaire observée durant le siècle passé.

Le modèle développé dans cet article est susceptible de développements dans plusieurs directions afin d'évaluer les résultats obtenus dans des contextes plus riches. Deux voies de recherche méritent d'être soulignées. La première serait d'intégrer la pollution générée par les entreprises des deux secteurs et par les ménages. Si cette pollution devait avoir des effets délétères sur le flux de renouvellement ou le stock de la ressource, la phase de décroissance de l'économie pourrait être avancée et/ou exacerbée. La deuxième serait de prendre explicitement en considération le travail à côté du capital et de la ressource, ce qui permettrait d'enrichir la discussion autour du partage de la valeur ajoutée entre facteurs de production. Dans cette optique et étant donné que le modèle est de très long terme, endogéniser la population et en particulier la transition démographique serait une extension utile. Ces deux pistes de recherche sont loin d'être exhaustives.

7 Bibliographie

Adda J. (2017). "Stagnation séculaire : la croissance s'embourbe", *Alternatives Economiques*, Hors-série n°110.

Anderson (1987). "The production process : inputs and wastes", *Journal of Environmental Economics and Management*, 14, 1-12.

Baumgartner S. (2004), "The Inada conditions for material resource inputs reconsidered", *Environmental and Resource Economics*, 29, 307-322.

Bretschger L. et S. Smulders (2012). "Sustainability and substitution of exhaustible natural resources. How structural change affects long-term R&D-investments", *Journal of Economic Dynamics & Control*, 36, 536-549.

Campiglio E. (2014). "The structural shift to green services: A two-sector growth model with public capital and open-access resources", *Structural Change and Economic Dynamics*, 30, 148-161.

Daly H. (1994). "Operationalizing sustainable development by investing in natural capital", In A. Jansson et al. (eds) : *Investing in natural capital: The ecological economics approach to sustainability*, Island Press.

Dasgupta P. et G. Heal (1974). "The optimal depletion of exhaustible resource", *Review of Economic Studies*, 41, 3-28.

Faber M. et J. Proops (1993). "Natural resource rents, economic dynamics and structural change: a capital theoretic approach", *Ecological Economics*, 8, 17-44.

Fagnart J.-F. et M. Germain (2012). "Les limites environnementales à la croissance en macro-économie", *Reflets et Perspectives*, Vol. LI, 2012/4, 25-44.

Fagnart J.-F., M. Germain et A. Magnus (2016). "Strong Sustainability, Rent and Value-Added Sharing", *Annals of economics and statistics*, 121-122, 2016

Germain M. (2012). "Equilibres et effondrement dans le cadre d'un cycle naturel", *Brussels Economic Review*, 55(4), 427-455.

Hallam D. (2018). "Revisiting Prebisch-Singer: what longterm trends in commodity prices tell us about the future of CDDCs", Background paper to the UNCTAD-FAO Commodities and Development Report 2017, Commodity markets, economic growth and development.

Heun M., J. Santos, P. Brockway, R. Pruijm, T. Domingos et M. Sakai (2017). "From theory to econometrics to energy policy: Cautionary tales for policymaking using aggregate production functions", *Energies*, 10, 203.

Hill G. (2001). "The Immiseration of the Landlords: Rent in a Kaldorian theory of income distribution", *Cambridge Journal of Economics*, 25, 481-492.

Kemp-Benedict E. (2018). "Dematerialization, Decoupling, and Productivity Change", *Ecological Economics*, 150, 204-216.

Krysiak F. (2006). "Entropy, limits to growth, and the prospects for weak sustainability", *Ecological Economics*, 58(1).

- Kubiszewski I., R. Costanza, C. Franco, P. Lawn c, J. Talberth, T. Jackson et C. Aylmer (2013). "Beyond GDP: measuring and achieving global genuine progress", *Ecological Economics*, 93, 57-68.
- Laitner (2000). "Structural change and economic growth", *Review of Economic Studies*, 67, 545-561.
- López R., G Anríquez et S. Gulati (2007). "Structural change and sustainable development", *Journal of Environmental Economics and Management*, 53, 307-322.
- Max-Neef M. (1995). "Economic growth and quality of life: a threshold hypothesis", *Ecological Economics*, 15, 115-118.
- Meadows D., J. Randers et D. Meadows (2012), *Les limites à la croissance (dans un monde fini). Le Rapport Meadows 30 ans après*, Editions Rue de l'échiquier.
- Petridis P., B. Muraca et G. Kallis (2015). "Degrowth: between a scientific concept and a slogan for a social movement" in J. Martinez-Alier and R. Muradian (eds): *Handbook of Ecological Economics*, Edward Elgar, Cheltenham.
- J. Proops (2004). "The growth and distributional consequences of international trade in natural resources and capital goods: a neo-Austrian analysis", *Ecological Economics*, 48, 83-91.
- Solow R. (1974). "Intergenerational equity and exhaustible resources", *Review of Economic Studies*, 41, 29-45.
- Stiglitz J. (1974). "Growth with exhaustible natural resources : efficient and optimal growth path", *Review of Economic Studies*, 41, 123-137.
- Stern D. et A. Kander (2012). "The role of energy in the industrial revolution and modern economic growth", *The Energy Journal*, 33(3), 125-152.
- Thimme J. (2017), "Intertemporal substitution in consumption: a literature review", *Journal of Economic Surveys*, 31(1), 226-257.
- van den Bergh J. (2013). "Environmental and climate innovation: Limitations, policies and prices", *Technological Forecasting & Social Change*, 80, 11-23.
- van der Werf E. (2008). "Production functions for climate policy modeling: An empirical analysis", *Energy Economics*, 30, 2964-2979.

8 Annexe

8.1 Dérivation de (4) et (5)

(1), (2), (3) $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} C_t &= v_t K_t + r_t X_t - I_t \\ I_t &= \frac{1}{\varphi} [K_{t+1} - [1 - \delta] K_t] \\ X_t &= [1 - \theta] R_t + F - R_{t+1} \end{aligned}$$

Alors ces 3 équations $\Rightarrow$

$$C_t = v_t K_t + r_t [[1 - \theta] R_t + F - R_{t+1}] + \frac{[1 - \delta] K_t - K_{t+1}}{\varphi} \quad (36)$$

L'objectif des ménages devient :

$$\max_{\{K_{t+1}, R_{t+1}\}_{t=1, \dots, T}} \Theta = \sum_{t=1}^T \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \psi R_t \right]$$

où C_t est déterminé par (36).

Les conditions du premier ordre impliquent respectivement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial K_t} &= \frac{\beta^{t-1}}{C_{t-1}^\sigma} \frac{\partial C_{t-1}}{\partial K_t} + \frac{\beta^t}{C_t^\sigma} \frac{\partial C_t}{\partial K_t} = -\frac{\beta^{t-1}}{C_{t-1}^\sigma} \frac{1}{\varphi} + \frac{\beta^t}{C_t^\sigma} \left[v_t + \frac{1-\delta}{\varphi} \right] = 0 \\ &\Rightarrow \left[\frac{C_t}{C_{t-1}} \right]^\sigma = \beta [\varphi v_t + 1 - \delta] \\ \frac{\partial \Theta}{\partial R_t} &= \frac{\beta^{t-1}}{C_{t-1}^\sigma} \frac{\partial C_{t-1}}{\partial R_t} + \frac{\beta^t}{C_t^\sigma} \frac{\partial C_t}{\partial R_t} = -\frac{\beta^{t-1}}{C_{t-1}^\sigma} r_{t-1} + \frac{\beta^t}{C_t^\sigma} r_t [1 - \theta] + \beta^t \psi = 0 \\ &\Rightarrow \frac{r_{t-1}}{C_{t-1}^\sigma} = \frac{r_t}{C_t^\sigma} \beta [1 - \theta] + \beta \psi \end{aligned} \quad (37)$$

ce qui correspond bien à (4) et (5).

En horizon infini, les conditions finales s'écrivent :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow +\infty} \beta^t \frac{K_{t+1}}{C_t^\sigma} &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} \beta^t \frac{r_t}{C_t^\sigma} R_{t+1} &= 0 \end{aligned} \quad (38)$$

Si on pose $a_t = \frac{r_t}{C_t^\sigma}$, (37) $\Rightarrow a_{t-1} = \beta [1 - \theta] a_t + \beta \psi$. La solution de l'équation homogène associée s'écrit $a_{ht} = \frac{a_0}{[\beta[1-\theta]]^t}$. Une solution particulière de l'équation non homogène est $a_{nt} = \frac{\beta \psi}{1 - \beta[1-\theta]} =_{def} \Phi$. La solution complète s'écrit $a_t = a_{ht} + a_{nt} = \frac{a_0}{[\beta[1-\theta]]^t} + \Phi$, où a_0 est une constante à déterminer en fonction de la condition finale (38). Celle-ci se réécrit $\lim_{t \rightarrow +\infty} \beta^t a_t R_{t+1} = 0$. Si la séquence F_t est bornée supérieurement, (3) implique que R_t est une quantité finie, $\forall t$. La condition finale impose alors que β^t domine $a_t = \frac{a_0}{[\beta[1-\theta]]^t} + \Phi$ asymptotiquement, ce qui n'est possible que si $a_0 = 0$ car $0 < \theta < 1$. Il en découle (6).

8.2 Quelques résultats analytiques à l'ES

A l'ES, (4) $\Rightarrow$

$$v = \frac{1}{\varphi} \left[\frac{1}{\beta} - 1 + \delta \right] \quad (39)$$

Le loyer du capital v peut être calculé directement à partir des paramètres exogènes β, δ, φ .

$$(11) \text{ et } (25) \Rightarrow \alpha x^{1+\rho} \bar{A} = v \Rightarrow$$

$$x = \left[\frac{v}{\alpha \bar{A}} \right]^{\frac{1}{1+\rho}} \quad (40)$$

A l'ES, la productivité du capital est corrélée positivement au loyer du capital.

$$(10), (25) \text{ et } (24) \Rightarrow \alpha \left[\frac{Y}{\bar{A} K_f} \right]^\rho + [1 - \alpha] \left[\frac{Y}{\bar{X} \mu} \right]^\rho = 1 \Rightarrow \alpha x^\rho + [1 - \alpha] y^\rho = 1 \Rightarrow$$

$$y = \left[\frac{1 - \alpha x^\rho}{1 - \alpha} \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad (41)$$

La productivité de la RN est une fonction inverse de la productivité du capital, et donc aussi du loyer du capital.

$$(12) \Rightarrow [1 - \alpha] y^{1+\rho} \frac{1}{\underline{\mu}} = q, \text{ ce qui avec (41) } \Rightarrow$$

$$q = \frac{1 - \alpha}{\underline{\mu}} \left[\frac{1 - \alpha x^\rho}{1 - \alpha} \right]^{\frac{1+\rho}{\rho}} \quad (42)$$

Le prix de la RN est corrélé négativement à la productivité du capital et donc aussi au loyer du capital.

L'expression précédente, (20), (24) permettent de calculer la part de la ressource extraite dans la VA : $\pi_q = \frac{qX}{Y} = \frac{q\mu}{y} = \frac{\mu[1-\alpha]y^{1+\rho}\frac{1}{\underline{\mu}}}{y} = [1 - \alpha] y^\rho$, ce qui avec (41) $\Rightarrow$

$$\pi_q = 1 - \alpha x^\rho$$

Vu (20), on obtient la part du capital final dans la VA :

$$\pi_f = \alpha x^\rho \quad (43)$$

Les résultats précédents supposent que le progrès technique au niveau de l'usage du capital est borné. Qu'en est-il si $A_t \rightarrow \bar{A} = +\infty$? (28) montre que le loyer du capital n'est pas affecté. Vu (40) et (41), $x = 0$ et $y = [1 - \alpha]^{-\frac{1}{\rho}}$. Cette dernière égalité et (24) implique à l'ES :

$$Y = \frac{X}{\underline{\mu} [1 - \alpha]^{\frac{1}{\rho}}} \quad (44)$$

Le stock de RN étant limité, X est forcément une quantité finie. Pour que la production puisse être non bornée, il faut que le dénominateur tende vers 0. C'est impossible dans le cadre de ce modèle car, en vertu du postulat de soutenabilité forte, on a justement imposé que la productivité de la RN était bornée (ce que garantissent les conditions $0 < \rho, 0 < \alpha < 1$ et $0 < \underline{\mu}$). Le fait que les coûts d'exploitation tendent aussi vers 0 ne change rien, car la fonction $B(E) = \lim_{t \rightarrow +\infty} B_t(E)$ n'intervient pas dans (44). En conclusion, même si la productivité du capital tend vers l'infini dans les *deux* secteurs, l'économie ne peut au mieux que tendre vers un ES. On peut vérifier (numériquement) que cet équilibre est caractérisé par l'égalité $Y = C + K_p$ (tout le capital se concentre dans le secteur primaire). En outre, le taux d'exploitation de la RN est unitaire (toute la ressource disponible en début de période est exploitée). En outre, (3), (15) et $E_t \rightarrow 1$ implique qu'à l'ES, $R = F - \theta R \Rightarrow R = \frac{F}{1+\theta} = X$.

8.3 Calibration du modèle

Le taux de dépréciation du capital δ est choisi égal à 1, ce qui revient à considérer des périodes de temps relativement longues (d'une dizaine d'années). Le taux de dépréciation naturel de la ressource θ est choisi égal à .05. A l'équilibre et en l'absence d'exploitation humaine ($X = 0$), $\theta = F/R$. Choisir $\theta \ll \delta$ revient donc à supposer que le rythme de reproduction de la nature est beaucoup plus lent que celui de l'économie.

Les valeurs des paramètres $\alpha, \beta, \nu, \sigma$ sont choisies à partir de la littérature ou sur la base de valeurs raisonnables couramment admises :

- élasticité de substitution intertemporelle σ : une récente revue de la littérature par Thimme (2017) plaide pour des valeurs inférieures à 1 dans le cas de modèles qui font l'hypothèse d'un agent représentatif qui consomme un bien de consommation unique et non durable, ce qui est le cas ici. En même temps, son article suggère des valeurs plus proches de 1 que de 0. En conséquence, la valeur de référence choisie pour σ est .75.
- facteur d'actualisation β : afin de ne pas trop réduire le poids du futur, la valeur de référence choisie est $\beta = .8$. Ce paramètre est lié au taux d'actualisation annuel r selon la formule $\beta = [1 + r]^{-\phi}$, où ϕ désigne la durée de la période. Comme $\phi \approx 10$ ans, $\beta = .8$ correspond à un taux r autour de 2%.
- élasticité de substitution entre facteurs de production naturels et humains ν : le cas le plus documenté par la littérature est sans doute celui où la ressource naturelle est l'énergie. Sur la base de données industrielles pour 12 pays de l'OCDE et sur la base d'une fonction CES imbriquée, van der Werf (2008) estime que l'élasticité de substitution entre l'énergie et le couple capital-travail se situe entre .17 et .65 au niveau des industries et entre .17 et .61 au niveau des pays ¹⁵. Stern et Kander (2012) estiment des valeurs de ν autour de 2/3. Sur base des estimations précédentes, la valeur de référence choisie pour ν est .5.
- paramètre de distribution α : à nouveau, c'est la littérature relative à l'énergie qui servira de référence. Selon les variantes étudiées, Stern et Kander (2012) proposent des valeurs de α autour de .8 et Heun et al. (2017) des valeurs entre .7 et 1. En conséquence, la valeur de référence choisie pour α est .8.

Les autres paramètres sont choisis (i) de façon à respecter les conditions d'existence de l'ES et (ii) afin que les trajectoires engendrées par le modèle possèdent certaines propriétés désirables. Ainsi :

- l'utilité marginale de la RN ψ est choisie égale à .002 afin que les utilités tirées respectivement de la consommation et de la RN aient le même ordre de grandeur.
- les séquences F_t et μ_t , supposées constantes dans le cadre de la SR, sont calibrées de façon que le taux d'exploitation de la RN E soit égal à .5 à l'ES. Ceci revient à supposer qu'une fois stabilisée, l'économie garde une "empreinte" non négligeable sur la ressource.
- les paramètres g_A, A_1 et $\bar{A}$ qui déterminent la séquence A_t à travers (32) sont ajustés afin d'obtenir pour les premières périodes des valeurs positives et "raisonnables" du taux de croissance de l'économie (quelques % sur une base annuelle).
- Les valeurs initiales du capital K_1 et de la RN R_1 sont choisies de façon qu'au départ de la trajectoire, l'économie soit sous-capitalisée et la RN peu exploitée.

¹⁵Il teste l'hypothèse d'une élasticité unitaire (le cas de la Cobb-Douglas) et la rejette pour toutes les industries et tous les pays considérés.

8.4 Valeurs stationnaires

Tableau 2 : Valeurs stationnaires des simulations

	SR	V1: $v=6$	V2: $\beta=9$	V3: $\sigma=1$	V4: $\alpha=.7$	V5: $\theta=.1$	V6: $\bar{A}=15$	V7: $\hat{b}=.025$	V8: $\psi=.004$	V9: $\hat{\mu}^{sr}/2$	V10
Y	9.4777	15.3226	9.6950	9.4163	6.3790	8.7278	10.3617	9.6968	9.1701	19.4151	1.1037
C	2.8861	4.4565	3.2082	3.3899	2.0184	2.4335	3.1343	2.9766	4.5155	5.5369	0.3332
K	6.5916	10.8661	6.4868	6.0264	4.3606	6.2942	7.2274	6.7203	4.6546	13.8782	0.7705
K_t	2.3977	4.6670	2.6014	2.3822	1.5095	2.2080	2.1403	2.4531	2.3199	4.9117	0.4836
K_p	4.1939	6.1991	3.8853	3.6442	2.8510	4.0863	5.0871	4.2671	2.3347	8.9665	0.2869
X	83.8781	85.0913	83.5904	83.3349	82.2259	77.2414	84.5281	85.8176	81.1555	85.9123	14.7677
R	167.7561	143.4914	173.5102	178.6186	200.7985	150.2449	154.7547	128.9651	222.2067	127.0706	774.9818
s	0.6955	0.7092	0.6691	0.6400	0.6836	0.7212	0.6975	0.6930	0.5076	0.7148	0.6981
m	0.3637	0.4295	0.4010	0.3953	0.3462	0.3508	0.2961	0.3650	0.4984	0.3539	0.6277
E	0.5000	0.5930	0.4818	0.4666	0.4095	0.5141	0.5462	0.6654	0.3652	0.6761	0.0191
B	0.0500	0.0729	0.0465	0.0437	0.0347	0.0529	0.0602	0.0497	0.0288	0.1044	0.0194
v	1.2500	1.2500	1.1111	1.2500	1.2500	1.2500	1.2500	1.2500	1.2500	1.2500	1.2500
r	0.0148	0.0204	0.0298	0.0226	0.0113	0.0111	0.0157	0.0151	0.0413	0.0241	0.0095
u	5.5491	6.0987	5.7004	1.5780	5.1693	5.2965	5.6318	5.5119	6.7197	6.3900	6.6509
π_t	0.3162	0.3807	0.2981	0.3162	0.2958	0.3162	0.2582	0.3162	0.3162	0.3162	0.5477
π_p	0.5531	0.5057	0.4453	0.4838	0.5587	0.5852	0.6137	0.5501	0.3182	0.5773	0.3249
π_r	0.1306	0.1136	0.2566	0.2000	0.1455	0.0985	0.1281	0.1337	0.3655	0.1065	0.1274
y	3.4189	5.4485	3.5093	3.4189	2.3473	3.4189	3.7090	3.4189	3.4189	3.4189	2.2614
k	8.6491	16.5952	9.4164	8.6491	5.5548	8.6491	11.4919	8.6491	8.6491	8.6491	3.3030
x	0.3953	0.3283	0.3727	0.3953	0.4226	0.3953	0.3227	0.3953	0.3953	0.3953	0.6847